УДК 621.398

Постановка и подходы к решению задачи обоснования направлений развития информационных систем однократного действия в форме двухэтапной задачи стохастического программирования

Ю.В. Стреналюк, д.т.н.,
Государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования Московской области
«Технологический университет», г. Королев, Московская область

Рассмотрены подходы к решению задачи по обоснованию направления развития информационных систем однократного действия в форме двухэтапной задачи стохастического программирования.

Информационные системы однократного действия, стохастическое программирование, детерминированная задача.

Setting and approaches to the solution of the problem of substantiation of directions of development of information systems single action in the form of a two-stage problem of stochastic programming

I.V. Strenalyuk, doctor of science, professor, Professor of the Department ITUS,
State Educational Institution of Higher Education
Moscow Region «University of technology», Korolev, Moscow region

Discusses approaches to solving the problem of a substantiation of directions of development of information systems single action in the form of a two-stage problem of stochastic programming.

Information system single-action, stochastic programming, deterministic task.

При исследовании задачи обоснования основных направлений развития информационных систем на длительную перспективу основной трудностью является неопределенность условий развития и возможного применения.

В этих условиях неполной информации целесообразно представлять процесс решения разделенным на два этапа.

На первом этапе выбирается *предварительный план*, позволяющий определить направления развития информационных систем однократного действия (ИСОД) на ближайшую перспективу и провести соответствующие предварительные работы.

На втором этапе, после выявления реализованных значений случайных параметров условий задачи u проводится уточнение направлений развития ИСОД в *плане-компенсации*.

Предварительный план направлений развития и план-компенсация должны быть согласованы таким образом, чтобы обеспечить минимум среднего значения суммарных затрат, возникающих на обоих этапах решения задачи.

Пусть для i-го ($i=1,...,m$) типа ИСОД возможно несколько вариантов развития ($j=1,...,d_i$).

Тогда $z_{ij}=1$, если для i-го типа ИСОД принимается j-й путь развития на первом этапе, и $z_{ij}=0$ – в противном случае.

Аналогично, $y_{ij}(u)$ – путь развития i-го ИСОД после уточнения условий u (равный единице, если выбран j-й путь, и нулю – в противном случае).

Пусть известны следующие исходные данные:

$C_{ij}(u)$ – затраты на развитие i-го элемента ИСОД по j-му варианту на 1-м этапе;

$S_{ijk}(u)$ – дополнительные затраты на изменение пути развития i-го элемента ИСОД, связанные с переходом от j-го к k-му варианту развития на 2-м этапе при реализации случайных факторов u;

N^n_{ij} – необходимое количество (наряд) ИСОД i-го типа при j-м варианте развития, необходимый для выполнения поставленной задачи;

$N_{ij}(u)$ – количество доставляемых к целям ИСОД i-го типа при j-м варианте их развития и реализации случайных факторов u их применения;

f – часть планового периода развития, отвечающего работе по предварительному плану.

В качестве ограничения выступают требуемые количества обслуживаемых типовых объектов – $N_{об}$.

Тогда постановка задачи обоснования ОНР ИСОД формулируется в виде двухэтапной задачи стохастического линейного целочисленного программирования и принимает следующий вид (M – символ математического ожидания случайной величины):

$m\ d_i \quad m\ d_i\ d_i$

$min\ M\ \{f \bullet \sum \sum C_{ij}(u)_j \bullet z_{ij} + min \sum \sum [(1\text{-}f)_j \bullet C_{ij}(u) \bullet y_{ij} + \sum S_{ijk}(u) \bullet y_{ik}]\}$ (1)

$Z\ i=1\ j=1\ Y\ i=1\ j=1\ k,j=1,k\neq j$

$m\ d_i$

при условиях $\sum \sum N_{ij}(u)/N^n{}_{ij} \bullet [f_j \bullet z_{ij} + (1\text{-}f)_j \bullet y_{ij}] \geq N_{об}$, (2)

$i=1\ j=1$

$z_{ij}=\{0,1\};\ y_{ij}=\{0,1\};\ i=1,...,m;\ j=1,...,d_i$. (3)

В общем виде эта задача записываются следующим образом:

$min\ M_u\{c(u)_j \bullet z + min\ [q(u) \bullet y$ при $|B(u)y=b(u)\text{-}A(u)z,\ y \geq 0]\}$ (4)

при $A(1)z = b(1),\ z \geq 0,$ (5)

где c – вектор затрат; q – вектор «штрафов» за необходимость компенсации направлений развития; $b(1)$, b – вектора ограничений на 1 и 2 этапах; $A(1)$, A – матрицы коэффициентов ограничений для 1-го и 2-го этапа.

Построим детерминированную задачу, эквивалентную двухэтапной задаче стохастического программирования. Решением эквивалентной задачи является *предварительный план* z. По составляющим оптимального предварительного плана и реализациям параметров условий и строится задача второго этапа – задача линейного программирования, решение которой определяет необходимую компенсацию плана y.

Эквивалентная детерминированная задача имеет вид:

$min\ F(z) = min\ \{ - cz + P(z,A,b)\},$ (6)

$z Є K\ z Є K$

где $K = [K1\ K2];\ K1 = \{z|A(1) \bullet z=b(1);\ z \geq 0\}$ (7)

$K2 = \{z|$для всех $u Є U$ существует $y \geq 0,\ B(u)y=b(u)\text{-}A(u)z\}$ (8)

$P(z,A,b)$ – критериальная функция 2-го этапа задачи, которая по теореме двойственности для линейного программирования определяется следующим образом:

$P(z,A,b) = x^*(A,b,z)(b\text{-}Az),$

где $x^*(A,b,z)$ – решение двойственной задачи к задаче второго этапа:

$Q(z,A,b) = max\ x(b\text{-}Az)$ (9)

x

при $xB \leq q$. (10)

В [1] показано, что область определения K выпукла, детерминированная задача (6)...(8) является задачей выпуклого программирования, целевая функция $Q(z)$ повсюду на K непрерывно дифференцируема.

Поэтому необходимым и достаточным условием оптимальности плана двухэтапной задачи является:

$dQ/dz|_{z=z^*} = du/dz|_{z=z^*} = M[c - x^*(A,b,z^*) = 0$

При детерминированных z_i, удовлетворяющих ограничениям, задача 2-го этапа представляет собой одноэтапную задачу, решение которой осуществляется следующим образом.

Предполагается, что составляющие решения – случайные величины y, принимающие значения 0 или 1. Допуская решение в смешанных стратегиях и обозначив $\int y_{ij}(u)dFy_{ij}|u = p_{ij}(u),$

где p_{ij} – условная вероятность, с которой следует выбирать y_{ij} равным единице при реализации u случайных параметров условий задачи, получим следующее.

В переменных p_{ij} задача 2-го этапа сводится к задаче линейного программирования:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{d_i}\left[(1-f)_j \cdot c_{ij} \cdot p_{ij} + \sum_{k,j=1,k\neq j}^{d_i} S_{ijk} \cdot p_{ik}\right] \longrightarrow min \tag{11}$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{di} N_{ij} / N^{n}_{ij} \cdot [f_j \cdot z_{ij} + (1-f) \cdot p_{ij}] \geq N_{об}, \tag{12}$$

$$0 \leq p_{ij} \leq 1;\ i=1,\dots,m;\ j=1,\dots,d_i. \tag{13}$$

Решение этой задачи осуществляется известными методами (например, симплекс-методом).

Литература

1. Гермейер, Ю. Б. Введение в теорию исследования операций [Текст] / Ю. Б. Гермейер // М.: Наука. – 1971. – 384 с.