

ВЛИЯНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ИСПАРЕНИЯ НА ДВИЖЕНИЕ ЛЕТУЧЕЙ АЭРОЗОЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ С УЧЕТОМ ПОПРАВОК НА ЧИСЛО КНУДСЕНА В БИНАРНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ.

Ю.И.Яламов, М.Ф.Баринова, О.В.Ставцева

Постановка задачи.

Пусть в неограниченной неподвижной бинарной газовой смеси создан и поддерживается постоянный градиент температуры $\vec{A}_T = (\nabla T^{(e)})_\infty$. В такую неоднородно нагретую среду помещается летучая капля сферической формы с коэффициентом испарения α . Испарение жидкости происходит при числах Маха много меньших единицы. Молекулы конденсированной фазы образуют первый (летучий) компонент бинарной газовой смеси. Для газовых молекул второго (несущего) компонента поверхность капли непроницаема. Тепловое и диффузационное скольжение газа вдоль граничной поверхности вызывают относительное движение частицы в газообразной среде.

Направленное равномерное движение частицы в режиме со скольжением характеризуется термофоретической скоростью \vec{U}_T . Частица испытывает действие гермофоретической, дифузиофикационной, реактивной и термокапиллярной сил (\vec{F}_{TF} , \vec{F}_{DF} , \vec{F}_α , \vec{F}_σ), которые стремятся скомпенсировать сила \vec{F}_v вязкого сопротивления окружающей среды. Движение считается установившимся, если исчезает результирующая сила

$$\vec{F} = \vec{F}_{TF} + \vec{F}_{DF} + \vec{F}_\alpha + \vec{F}_\sigma + \vec{F}_v = 0.$$

Влияние летучести на термофоретическое движение капли происходит с разных сторон. Во-первых, меняются распределения температур внутри и вне капли. В результате вдоль граничной поверхности появляется дополнительное скольжение газовой смеси, изменяется тангенциальная термокапиллярная сила, обусловленная переменным межфазным поверхностным напряжением σ . Во-вторых, окружающее пространство насыщается паром летучего вещества и усиливается объемная гермодиффузия компонентов газовой смеси.

Задача решается в сферической системе координат (r, θ, ϕ) . Ее начало жестко связано с геометрическим центром капли и ось (Oz) направлена вдоль вектора \vec{A}_T . Гогда в указанной инерциальной системе координат частица покоятся, а центр масс внешней среды перемещается со скоростью $\vec{U} = -\vec{U}_T$.

Радиус капли, хотя и велик по сравнению со средними длинами свободного пробега молекул компонент газовой смеси, но не настолько, чтобы полностью пренебречь поправками по числам Кнудсена. Число Кнудсена определяется отношением средней длины свободного пробега газовых молекул к радиусу капли:

$$Kn = \frac{\bar{\lambda}}{R}$$

и принимает значения в диапазонах:

$0,3 < Kn < 1$ для мелких частиц

$0,01 \leq Kn \leq 0,3$ для умеренно крупных частиц

$0 < Kn < 0,01$ для крупных частиц.

В случае бинарной газовой смеси $\bar{\lambda} = \max(\lambda_1, \lambda_2)$, где λ_1, λ_2 - средние длины свободного пробега газовых молекул первого и второго сорта соответственно.

Среды характеризуются вязкостью $\eta_0^{(e)}, \eta_0^{(i)}$, плотностью $\rho_0^{(e)}, \rho_0^{(i)}$, теплопроводностью $\kappa_0^{(e)}, \kappa_0^{(i)}$ вне и внутри капли соответственно. Индекс «0» указывает на то, что коэффициенты переноса берутся при температуре $T_0^{(e)}$ (температура на большом расстоянии от капли). Возможным диффузионно-гидродинамическим и тепловым влиянием других капель на данную пренебрегается, так как задача решается в предположении, что среднее расстояние между каплями значительно больше их собственных радиусов.

Динамика капли происходит при малых числах Рейнольдса

$$Re = \frac{\rho UR}{\eta} \ll 1$$

и в уравнениях медленного («ползущего») движения внешней среды и тепломассоперенса опущены нелинейные члены (инерционный и конвективные). Внешние массовые силы не действуют. Тепловые источники вне и внутри аэрозольной частицы отсутствуют.

Пусть времена гидродинамической, тепловой и концентрационной релаксации являются достаточно малыми по сравнению с характерным временем переноса капли. Тогда состояния сред вне и внутри капли описываются на основе гидродинамического анализа в квазистационарном приближении (векторные поля скоростей, распределения давлений, и скалярные поля температур вне и внутри частицы, относительной концентрации летучего компонента в бинарной смеси рассматриваются как установившиеся в любой момент времени) осесимметричными дифференциальными уравнениями Стокса, непрерывности и Лапласа:

$$\eta^{(e)} \Delta \vec{v}^{(e)} = \nabla p^{(e)}, \quad \eta^{(i)} \Delta \vec{v}^{(i)} = \nabla p^{(i)},$$

$$\operatorname{div} \vec{v}^{(e)} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{v}^{(i)} = 0,$$

$$\Delta T^{(e)} = 0, \quad \Delta T^{(i)} = 0,$$

$$\Delta C_1^{(e)} = 0,$$

$$\text{где } C_1^{(e)} = \frac{n_1^{(e)}}{n_0^{(e)}}, \quad n_0^{(e)} = n_1^{(e)} + n_2^{(e)}.$$

Индекс «e» относится к величинам, характеризующим среду вне капли, а индекс «i» - соответственно внутри капли.

Границные условия

Задача решается при следующих условиях:

На бесконечности при $r \rightarrow \infty$ осесимметричный поток внешней среды однороден в пространстве и имеет скорость $|\vec{U}|$, а поля температуры $T^{(e)}$ и относительной концентрации $C_1^{(e)}$ летучего компонента смеси газов невозмущены:

$$v_r^{(e)} = |\vec{U}| \cos \theta, v_\theta^{(e)} = -|\vec{U}| \sin \theta,$$

$$p^{(e)} = p_0^{(e)}, T^{(e)} = T_0^{(e)} + A_T r \cos \theta,$$

$$C_1^{(e)} = C_{01}^{(e)}.$$

На поверхности капли при $r = R$ выполняются условия:

1. скольжение газовой смеси

$$v_\theta^{(e)} - v_\theta^{(i)} = C^* \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta^{(e)}}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r^{(e)}}{\partial \theta} \right] + \frac{K_{TSI}}{T_0^{(e)} R} \left(1 + \frac{\beta_T}{R} \right) \frac{\partial T^{(e)}}{\partial \theta} + \frac{K_{DSI} D_{12}}{R} \left(1 + \frac{\beta_D}{R} \right) \frac{\partial C_1^{(e)}}{\partial \theta},$$

т.е. разность касательных составляющих внешней и внутренней скоростей на поверхности капли равна сумме изотермического, теплового и диффузационного скольжений (члены с C^* , K_{TSI} , K_{DSI}), с учетом кривизны поверхности (члены с β_T , β_D);

2. непрерывность радиальной составляющей тензора напряжений [6]

$$-p^{(e)} + 2\eta_0^{(e)} \frac{\partial v_r^{(e)}}{\partial r} - \frac{2}{R} \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \Big|_{\substack{T_i^{(i)}=T_0^{(i)} \\ C_1^{(i)}=C_{01}^{(i)}}} (T^{(i)} - T_0^{(i)}) - \frac{2\sigma}{R} \Big|_{\substack{T_i^{(i)}=T_0^{(i)} \\ C_1^{(i)}=C_{01}^{(i)}}} = -p^{(i)} + 2\eta_0^{(i)} \frac{\partial v_r^{(i)}}{\partial r},$$

где σ - коэффициент поверхностного натяжения, $\frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}}$ - учитывает зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры;

3. непрерывность касательной составляющей тензора напряжений [6]

$$\eta_0^{(e)} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r^{(e)}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta^{(e)}}{\partial r} - \frac{v_\theta^{(e)}}{r} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} \Big|_{\substack{T_i^{(i)}=T_0^{(i)} \\ C_1^{(i)}=C_{01}^{(i)}}} \frac{\partial T^{(i)}}{\partial \theta} = \eta_0^{(i)} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r^{(i)}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta^{(i)}}{\partial r} - \frac{v_\theta^{(i)}}{r} \right);$$

3. непрерывность потока первого (летучего) компонента при фазовом переходе

[3]

$$n_1^{(e)} v_r^{(e)} - \frac{D_{12}(n^{(e)})^2 m_2}{\rho_0^{(e)}} \frac{\partial C_1^{(e)}}{\partial r} - \frac{D_{12}(n^{(e)})^2 m_2}{\rho_0^{(e)}} \frac{K_{TD}}{T_0^{(e)}} \frac{\partial T^{(e)}}{\partial r} = n^{(e)} \alpha v (C_{le}^{(H)} - C_1^{(e)})$$

Здесь $n_1^{(e)} v_r^{(e)}$ - конвективный поток; $-\frac{D_{12}(n^{(e)})^2 m_2}{\rho_0^{(e)}} \frac{\partial C_1^{(e)}}{\partial r}$ - диффузионный поток вне капли; $-\frac{D_{12}(n^{(e)})^2 m_2}{\rho_0^{(e)}} \frac{K_{TD}}{T_0^{(e)}} \frac{\partial T^{(e)}}{\partial r}$ - термодиффузионный поток первого компонента вне капли;

4. непроницаемость для второго компонента газовой смеси

$$n_2^{(e)} v_r^{(e)} + \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1}{\rho_0^{(e)}} \frac{\partial C_1^{(e)}}{\partial r} + \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} T_0^{(e)}} \frac{\partial T^{(e)}}{\partial r} = 0;$$

5. непрерывность радиального потока тепла [3]

$$-\kappa^{(e)} \frac{\partial T^{(e)}}{\partial r} + \kappa^{(i)} \frac{\partial T^{(i)}}{\partial r} = -n^{(e)} \alpha v L m_1 (C_{le}^{(H)} - C_1^{(e)})$$

Условие показывает, что тепло, идущее на фазовое превращение единицы массы капли равно разности потоков тепла вне и внутри капли (L - теплота фазового превращения вещества капли);

6. скачок температуры первого (летучего) компонента газовой смеси в слое Кнудсена [2]

$$T^{(e)} - T^{(i)} = K_{rr} \frac{\partial T^{(e)}}{\partial r}.$$

Здесь $T^{(e)} - T^{(i)}$ - разность температур на границе слоя Кнудсена и на поверхности частицы, K_{rr} - коэффициент скачка температуры, зависящий от градиента температуры

7. условие для радиальной составляющей скорости

$$v_r^{(i)} = 0.$$

Условие означает, что отсутствует радиальная составляющая конвективного потока жидкости через поверхность капли, вещество отводится лишь через диффузию (См., например, [5]).

Определение скорости термофоретического переноса частицы.

Общий вид осесимметричных решений системы уравнений Стокса, неразрывности и Лапласа в сферических координатах может быть представлен в форме [4]:

$$v_r^{(e)} = |\vec{U}| \cos \theta + \frac{\gamma}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\frac{n+1}{r^{n+2}} A_{-n-1} + \frac{n+1}{2(2n-1)} \frac{B_{-n-1}}{r^n} \right] P_n(\theta), \quad (1)$$

$$v_{\theta}^{(e)} = -|\vec{U}| \sin \theta + \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\frac{A_{-n-1}}{r^{n+2}} - \frac{(n-2)}{2(2n-1)} \frac{B_{-n-1}}{r^n} \right] \frac{dP_n(\theta)}{d\theta}, \quad (2)$$

$$p^{(e)} = \eta^{(e)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_{-n-1}}{r^{n+1}} P_n(\theta) + p_0^{(e)}, \quad (3)$$

$$v_r^{(i)} = v_{r0}^{(i)} + \sum_{n=0}^{\infty} \left[nA_n r^{n-1} + \frac{n}{2(2n+3)} B_n r^{n+1} \right] P_n(\theta), \quad (4)$$

$$v_{\theta}^{(i)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[A_n r^{n-1} + \frac{(n+3)B_n}{2(n+1)(2n+3)} r^{n+1} \right] \frac{dP_n(\theta)}{d\theta}, \quad (5)$$

$$p^{(i)} = \eta^{(i)} \sum_{n=0}^{\infty} B_n r^n P_n(\theta) + p_0^{(i)}, \quad (6)$$

$$T^{(e)} = T_0^{(e)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_n^{(e)}}{r^{n+1}} P_n(\theta) + A_T r \cos \theta + \frac{\varphi_1}{r}, \quad (7)$$

$$T^{(i)} = T_0^{(i)} + \sum_{n=1}^{\infty} T_n^{(i)} r^{n-1} P_n(\theta), \quad (8)$$

$$C_1^{(e)} = C_{01}^{(e)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_n^{(e)}}{r^{n+1}} P_n(\theta) + \frac{\varphi_2}{r}. \quad (9)$$

В формулах (1) – (9) $P_n(\theta)$ - полином Лежандра порядка n ; A_{-n-1} , B_{-n-1} , A_n , B_n , φ_1 , φ_2 , $T_n^{(e)}$, $T_n^{(i)}$, $\psi_n^{(e)}$ – константы, значения которых необходимо найти.

Полиномы Лежандра с разными индексами удовлетворяют условию ортогональности:

$$\frac{2n+1}{2} \int_0^{\pi} P_n(\theta) P_m(\theta) \sin \theta d\theta = \delta_{nm},$$

используя которое можно показать, что отличными от нуля в решениях (1) – (9) будут в рядах по полиномам Лежандра члены, содержащие $P_1(\theta)$ и $\frac{dP_1(\theta)}{d\theta}$. В силу этого, вместо решений (1) – (10) можно использовать решения вида:

$$v_r^{(e)} = \left(\frac{A}{r^3} + \frac{B}{r} + |U| \right) \cos \theta + \frac{\gamma}{r}; \quad (10)$$

$$v_\theta^{(e)} = \left(\frac{A}{2r^3} - \frac{B}{2r} - |\vec{U}| \right) \sin \theta; \quad (11)$$

$$p^{(e)} = p_0^{(e)} + \eta_0^{(e)} \frac{B}{r^2} \cos \theta; \quad (12)$$

$$v_r^{(i)} = (Q + Dr^2) \cos \theta; \quad (13)$$

$$v_\theta^{(i)} = -(Q + 2Dr^2) \sin \theta; \quad (14)$$

$$p^{(i)} = p_0^{(i)} + 10\eta_0^{(i)} Dr \cos \theta; \quad (15)$$

$$T^{(e)} = T_0^{(e)} + A_T r \cos \theta + \frac{\mu_1}{r^2} \cos \theta + \frac{\varphi_1}{r}; \quad (16)$$

$$T^{(i)} = T_0^{(i)} + \mu_2 r \cos \theta; \quad (17)$$

$$C_1^{(e)} = C_{01}^{(e)} + \frac{\mu_3}{r^2} \cos \theta + \frac{\varphi_2}{r}; \quad (18)$$

$$C_{1e}^{(H)} = C_{01e}^{(H)} + \frac{\partial C_{1e}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} (T^{(i)} - T_0^{(i)}). \quad (19)$$

Легко показать, что имеет место следующая связь между константами в решениях (1) – (9) и (10 – 19):

$$-2A_{-2} = A_e, \quad B_{-2} = B_e, \quad A_1 = Q, \quad B_1 = 10D,$$

$$T_1^{(e)} = \mu_1, \quad T_1^{(i)} = \mu_2, \quad \psi_1^{(e)} = \mu_3.$$

Остальные коэффициенты в рядах по полиномам Лежандра, через которые выражаются решения (1) – (9), равны нулю.

После подстановки решений (10) – (19) в граничные условия получим систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{2R^3} + \frac{3C^*}{R^4} \right] A - \frac{B}{2R} + 2DR^2 + Q - |\vec{U}| + \frac{K_{TSI}}{T_0^{(e)}} \left(1 + \frac{\beta_T}{R} \right) \frac{\mu_1}{R^3} + K_{DSI} D_{12} \left(1 + \frac{\beta_D}{R} \right) \frac{\mu_3}{R^3} = \\ & = - \frac{K_{TSI}}{T_0^{(e)}} \left(1 + \frac{\beta_T}{R} \right) A_T; \end{aligned} \quad (20)$$

$$-p_0^{(e)} - \frac{2\eta^{(e)}\gamma}{R^2} - \frac{2\sigma}{R} = -p_0^{(i)}; \quad (21a)$$

$$-\frac{6\eta^{(e)}}{R^4} A - \frac{3\eta^{(e)}}{R^2} B + 6\eta^{(i)} RD - 2 \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} \mu_2 = 0; \quad (21)$$

$$-\frac{3\eta^{(e)}}{R^4} A + 3\eta_0^{(i)} RD - \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} \mu_2 = 0; \quad (22)$$

$$\frac{n_1^{(e)}}{R} \gamma + \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_2}{\rho_0^{(e)} R^2} \varphi_2 + \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_2 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} R^2 T_0^{(e)}} \varphi_1 = n_0^{(e)} \alpha v \left(C_{01e}^{(H)} - C_{01}^{(e)} - \frac{\varphi_2}{R} \right); \quad (23a)$$

$$\frac{n_1^{(e)}}{R^3} A + \frac{n_1^{(e)}}{R} B + n_1^{(e)} |\vec{U}| + \frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_2 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} T_0^{(e)} R^3} \mu_1 - n_0^{(e)} \alpha \nu R \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \mu_2 + \quad (23)$$

$$+ \left(\frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_2}{\rho_0^{(e)} R^3} + \frac{n_0^{(e)} \alpha \nu}{R^2} \right) \mu_3 = \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_2 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} T_0^{(e)}} A_T;$$

$$\frac{n_2^{(e)}}{R} \gamma - \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} T_0^{(e)} R^2} - \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1}{\rho_0^{(e)}} \frac{\varphi_2}{R^2} = 0; \quad (24a)$$

$$n_2^{(e)} \left[\frac{A}{R^3} + \frac{B}{R} + |\vec{U}| \right] - \frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} R^3 T_0^{(e)}} \mu_1 - \frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1}{\rho_0^{(e)} R^3} \mu_3 = - \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 K_{TD} m_1}{\rho_0^{(e)} T_0^{(e)}} A_T; \quad (24)$$

$$\frac{\kappa_0^{(e)}}{R^2} \varphi_1 = -n_0^{(e)} \alpha \nu L m_1 \left(C_{01e}^{(H)} - C_{01}^{(e)} - \frac{\varphi_2}{R} \right); \quad (25a)$$

$$\frac{2\kappa_0^{(e)}}{R^3} \mu_1 + \left(\kappa_0^{(i)} + n_0^{(e)} \alpha \nu L m_1 R \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \right) \mu_2 - \frac{n_0^{(e)} \alpha \nu L m_1}{R^2} \mu_3 = \kappa_0^{(e)} A_T; \quad (25)$$

$$T_0^{(e)} + \frac{\varphi_1}{R} - T_0^{(i)} = -K_{TT} \frac{\varphi_1}{R^2}; \quad (26a)$$

$$\left(\frac{1}{R^2} + \frac{2K_{TT}}{R^3} \right) \mu_1 - R \mu_2 = (K_{TT} - R) A_T; \quad (26)$$

$$Q + R^2 D = 0. \quad (27)$$

Решая уравнения (21а), (24а), (25а), (26а), найдем φ_1 , φ_2 и γ .

Для определения $|\vec{U}|$ решим систему уравнений (20), (21), (22), (23), (24), (25), (26), (27).

Сравнивая уравнения (21) и (22), видим, что $B = 0$. Далее выражаем Q из (27), а μ_2 - из (26), приводим подобные слагаемые и приходим к системе уравнений:

$$Q = -DR^2; \quad (28)$$

$$\mu_2 = \frac{1}{R^4} (R + 2K_{TT}) \mu_1 - \frac{1}{R} (K_{TT} - R) A_T; \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{2R^3} + \frac{3C^*}{R^4} \right] A + DR^2 - |\vec{U}| + \frac{K_{TSI}}{T_0^{(e)} R^3} \left(1 + \frac{\beta_T}{R} \right) \mu_1 + \frac{K_{DSI} D_{12}}{R^3} \left(1 + \frac{\beta_D}{R} \right) \mu_3 = \\ & = -\frac{K_{TSI}}{T_0^{(e)}} \left(1 + \frac{\beta_T}{R} \right) A_T; \end{aligned} \quad (30)$$

$$-\frac{3\eta_0^{(e)}}{R^4} A + 3\eta_0^{(i)} RD - \frac{1}{R^4} (R + 2K_{TT}) \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} \mu_1 = -\frac{1}{R} (K_{TT} - R) \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} A_T; \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \frac{n_1^{(e)}}{R^3} A + n_1^{(e)} |\vec{U}| + \left[\frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_2 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} T_0^{(e)} R^3} - \frac{(R + 2K_{TT}) n_0^{(e)} \alpha \nu}{R^3} \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \right] \mu_1 + \\ & + \left(\frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_2}{\rho_0^{(e)} R^3} + \frac{n_0^{(e)} \alpha \nu}{R^2} \right) \mu_3 = \left[\frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_2 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} T_0^{(e)}} + (R - K_{TT}) n_0^{(e)} \alpha \nu \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \right] A_T; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\frac{n_2^{(e)}}{R^3} A + n_2^{(e)} |\vec{U}| - \frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} R^3 T_0^{(e)}} \mu_1 - \frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1}{\rho_0^{(e)} R^3} \mu_3 = -\frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 K_{TD} m_1}{\rho_0^{(e)} T_0^{(e)}} A_T; \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{2\kappa^{(e)}}{R^3} + \left(\kappa^{(i)} + n_0^{(e)} \alpha v L m_1 R \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \right) \frac{R + 2K_{TT}}{R^4} \right] \mu_1 - \frac{n_0^{(e)} \alpha v L m_1}{R^2} \mu_3 = \\ & = \left[\kappa^{(e)} + \left(\kappa^{(i)} + n_0^{(e)} \alpha v L m_1 R \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \right) \frac{K_{TT} - R}{R} \right] A_T. \end{aligned} \quad (34)$$

Для дальнейшего решения выразим D из (31), A - из (33), подставим в оставшиеся уравнения и приведем подобные слагаемые.

$$D = \frac{\eta_0^{(e)}}{\eta_0^{(i)} R^5} A + \frac{1}{3R^4 \eta_0^{(i)}} \left(1 + \frac{2K_{TT}}{R} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} \mu_1 - \frac{1}{3\eta_0^{(i)} R} \left(\frac{K_{TT}}{R} - 1 \right) \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} A_T; \quad (35)$$

$$A = -R^3 |\vec{U}| + \frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} R^3 T_0^{(e)}} \mu_1 + \frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1}{\rho_0^{(e)} n_2^{(e)}} \mu_3 - \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} T_0^{(e)}} A_T; \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\eta_0^{(e)}}{\eta_0^{(i)}} + \frac{3}{2} + \frac{3C^*}{R} \right] |\vec{U}| - \frac{1}{R^3} \left[\frac{K_{TSI}}{T_0^{(e)}} \left(1 + \frac{\beta_T}{R} \right) + \frac{R}{3\eta_0^{(i)}} \left(1 + \frac{2K_{TT}}{R} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} + \right. \\ & \left. + \frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} T_0^{(e)}} \left\{ \frac{\eta_0^{(e)}}{\eta_0^{(i)}} + \frac{1}{2} + \frac{3C^*}{R} \right\} \right] \mu_1 + \end{aligned} \quad (37)$$

$$+ \left[\frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1}{\rho_0^{(e)} n_2^{(e)} R^3} \left\{ \frac{\eta_0^{(e)}}{\eta_0^{(i)}} + \frac{1}{2} + \frac{3C^*}{R} \right\} + \frac{K_{DSI} D_{12}}{R^3} \left(1 + \frac{\beta_D}{R} \right) \right] \mu_3 =$$

$$= \left[\frac{K_{TSI}}{T_0^{(e)}} \left(1 + \frac{\beta_T}{R} \right) + \frac{R}{3\eta_0^{(i)}} \left(1 - \frac{K_{TT}}{R} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} + \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1 K_{TD}}{\rho_0^{(e)} T_0^{(e)}} \left\{ \frac{\eta_0^{(e)}}{\eta_0^{(i)}} + \frac{1}{2} + \frac{3C^*}{R} \right\} \right] A_T;$$

$$\left[\frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2 K_{TD}}{T_0^{(e)} R^3} - \frac{n_0^{(e)} n_2^{(e)} \alpha v}{R^2} \left(1 + \frac{2K_{TT}}{R} \right) \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \right] \mu_1 + \left[\frac{2D_{12}(n_0^{(e)})^2}{R^3} + \frac{n_0^{(e)} n_2^{(e)} \alpha v}{R^2} \right] \mu_3 =$$

$$= \left[\frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 K_{TD}}{T_0^{(e)}} + n_0^{(e)} \alpha v R \left(1 - \frac{K_{TT}}{R} \right) \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \right] A_T; \quad (38)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{2\kappa^{(e)}}{R^3} + \left(\kappa^{(i)} + n_0^{(e)} \alpha v L m_1 R \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \right) \frac{(R + 2K_{TT})}{R^4} \right] \mu_1 - \frac{n_0^{(e)} \alpha v L m_1}{R^2} \mu_3 = \\ & = \left[\kappa^{(e)} + \frac{\kappa^{(i)} + n_0^{(e)} \alpha v L m_1 R}{R} (K_{TT} - R) \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \right] A_T. \end{aligned} \quad (39)$$

Уравнения (38) и (39) решаем методом Крамера относительно неизвестных μ_1 и μ_3 .

$$\begin{aligned} \Delta = & -\frac{n_0^{(e)}}{R^5} \left[\alpha v \left(2D_{12}(n_0^{(e)})^2 L m_1 \left[\frac{K_{TD}}{T_0^{(e)}} + \left(1 + \frac{2K_{TT}}{R} \right) \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \right] + n_2^{(e)} \left(2\kappa_0^{(e)} + \kappa_0^{(i)} \left(1 + \frac{2K_{TT}}{R} \right) \right) \right) \right] + \\ & + \frac{2D_{12} n_0^{(e)}}{R} \left(2\kappa_0^{(e)} + \kappa_0^{(i)} \left(1 + \frac{2K_{TT}}{R} \right) \right); \end{aligned}$$

$$\Delta_1 = -\frac{n_0^{(e)}}{R^2} \left[\alpha \nu \left(D_{12}(n_0^{(e)})^2 L m_1 \left(\frac{K_{TD}}{T_0^{(e)}} - \left(1 - \frac{K_{TT}}{R} \right) \frac{\partial C_{1e}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} \right) + n_2^{(e)} \left(K_0^{(e)} - K_0^{(i)} \left(1 - \frac{K_{TT}}{R} \right) \right) \right) \right] + \frac{2D_{12}n_0^{(e)}}{R} \left(K_0^{(e)} - K_0^{(i)} \left(1 - \frac{K_{TT}}{R} \right) \right) A_T;$$

$$\Delta_3 = -\frac{n_0^{(e)}}{R^2} \left[\alpha \nu \left(\frac{3D_{12}(n_0^{(e)})^2 K_{TD} L m_1}{T_0^{(e)}} + 3K_0^{(e)} n_2^{(e)} \right) \frac{\partial C_{1e}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} + \frac{3D_{12}n_0^{(e)} K_{TD} K_0^{(i)}}{T_0^{(e)} R} \right] A_T.$$

Введем обозначения таким образом, что

$$\Delta = \frac{n_0^{(e)}}{R^5} Z; \quad \Delta_1 = \frac{n_0^{(e)}}{R^2} \Omega_1 A_T; \quad \Delta_3 = \frac{n_0^{(e)}}{R^2} \Omega_3 A_T.$$

Итак,

$$\mu_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\Omega_1 R^3}{Z}, \quad \mu_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{\Omega_3 R^3}{Z}.$$

Выражение для $|\vec{U}|$ получается из уравнения (37) и представляется формулой:

$$|\vec{U}| = \left[\frac{\eta_0^{(e)}}{\eta_0^{(i)}} + \frac{3C^*}{R} + \frac{3}{2} \right]^{-1} \left\{ \left[\frac{1}{T_0^{(e)}} \left(1 + \frac{\beta_T}{R} \right) \left(1 + \frac{\Omega_1}{Z} \right) \right] K_{TSI} - D_{12} \left(1 + \frac{\beta_D}{R} \right) \frac{\Omega_3}{Z} K_{DSI} + \right. \\ \left. + \frac{R}{3\eta_0^{(i)}} \left[\left(1 - \frac{K_{TT}}{R} \right) + \left(1 + \frac{2K_{TT}}{R} \right) \frac{\Omega_1}{Z} \right] \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} + \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1}{\rho_0^{(e)} R} \left[\frac{\eta_0^{(e)}}{\eta_0^{(i)}} + \frac{3C^*}{R} + \frac{1}{2} \right] \left(\frac{2\Omega_1}{Z} + 1 \right) \right\} A_T. \quad (40)$$

Переходя в систему координат жестко связанную с центром масс газа и к векторным величинам, получаем формулу

$$\vec{U} = - \left[\frac{\eta_0^{(e)}}{\eta_0^{(i)}} + \frac{3C^*}{R} + \frac{3}{2} \right]^{-1} \left\{ \left[\frac{1}{T_0^{(e)}} \left(1 + \frac{\beta_T}{R} \right) \left(1 + \frac{\Omega_1}{Z} \right) \right] K_{TSI} - D_{12} \left(1 + \frac{\beta_D}{R} \right) \frac{\Omega_3}{Z} K_{DSI} + \right. \\ \left. + \frac{R}{3\eta_0^{(i)}} \left[\left(1 - \frac{K_{TT}}{R} \right) + \left(1 + \frac{2K_{TT}}{R} \right) \frac{\Omega_1}{Z} \right] \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} + \frac{D_{12}(n_0^{(e)})^2 m_1}{\rho_0^{(e)} R} \left[\frac{\eta_0^{(e)}}{\eta_0^{(i)}} + \frac{3C^*}{R} + \frac{1}{2} \right] \left(\frac{2\Omega_1}{Z} + 1 \right) \right\} \vec{A}_T. \quad (41)$$

Анализ результатов.

В формуле (41) первый и второй члены (пропорциональные коэффициентам K_{TSI} и K_{DSI}) связаны соответственно с тепловым и диффузионным скольжением газовой среды. Третье слагаемое обусловлено переменным межфазным поверхностным натяжением на поверхности капли. Четвертый член описывает реактивную часть импульса, который действует на частицу и связан с фазовым переходом.

За счет первого и четвертого членов капля стремится двигаться в сторону падения температуры во внешней среде, т.е. за счет теплового скольжения и фазового перехода капля стремится двигаться из области с более высокой температурой в область с более низкой температурой. За счет переменного поверхностного натяжения,

в силу того, что $\frac{\partial \sigma}{\partial T} < 0$, третье слагаемое дает вклад в скорость, направленный в

сторону роста температуры во внешней к капле среде. Проанализируем вклад второго слагаемого в направление движения частицы. Если масса молекул компонента внешней смеси, испытывающей фазовый переход на поверхности капли, m_1 меньше, чем масса

m_2 молекул второго компонента, непроходящего через поверхность капли, то $K_{DSI} > 0$. В противном случае $K_{DSI} < 0$. Отсюда ясно, что при $m_1 < m_2$ вклад от слагаемого, содержащего K_{DSI} , определяет силу, направленную в сторону роста температуры во внешней смеси. Если же $m_1 > m_2$, то этот вклад действует в сторону падения отмеченной температуры.

В предельном случае нелетучей частицы формула (41) для скорости переходит в уже известную [1]

$$\vec{U}_T = - \frac{2\kappa^{(e)} \left(3K_{TSI} \frac{\eta_i}{\rho T} + R \frac{\partial \sigma}{\partial T} \right)}{(2\kappa^{(e)} + \kappa^{(i)}) (2\eta^{(e)} + 3\eta^{(i)})} \vec{A}_T.$$

Характер зависимости скорости капли воды в азоте от коэффициента испарения представлен на рисунке (1).

Ниже приведены значения параметров смеси и входящих в (41) коэффициентов для данного случая [7], [8]:

$$\rho_0^{(e)} = 1,25 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \sigma = 72,04 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \kappa_0^{(e)} = 0,0257 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}; \kappa_0^{(i)} = 0,561 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}};$$

$$\eta_0^{(e)} = 1,79 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{}; \eta_0^{(i)} = 8,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{}; D_{12} = 2,4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}; K_{TSI} = 1,123;$$

$$K_{DSI} = 0,187; A_T = 100 \frac{\text{К}}{\text{м}}; T_0^{(e)} = 300 \text{К}; L = 0,243 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}; \frac{\partial \sigma}{\partial T^{(i)}} = -0,168 \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot \text{К}};$$

$$n_0^{(e)} = 2,7 \cdot 10^{25}; n_2^{(e)} = 6,67 \cdot 10^{23}; \frac{\partial C_{le}^{(H)}}{\partial T^{(i)}} = 1,67 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{К}}; K_{TT} = 1,875; K_{TD} = 5,5 \cdot 10^{-3}.$$

Коэффициенты теплового и диффузационного скольжений рассчитывались методами кинетической теории газов [1].

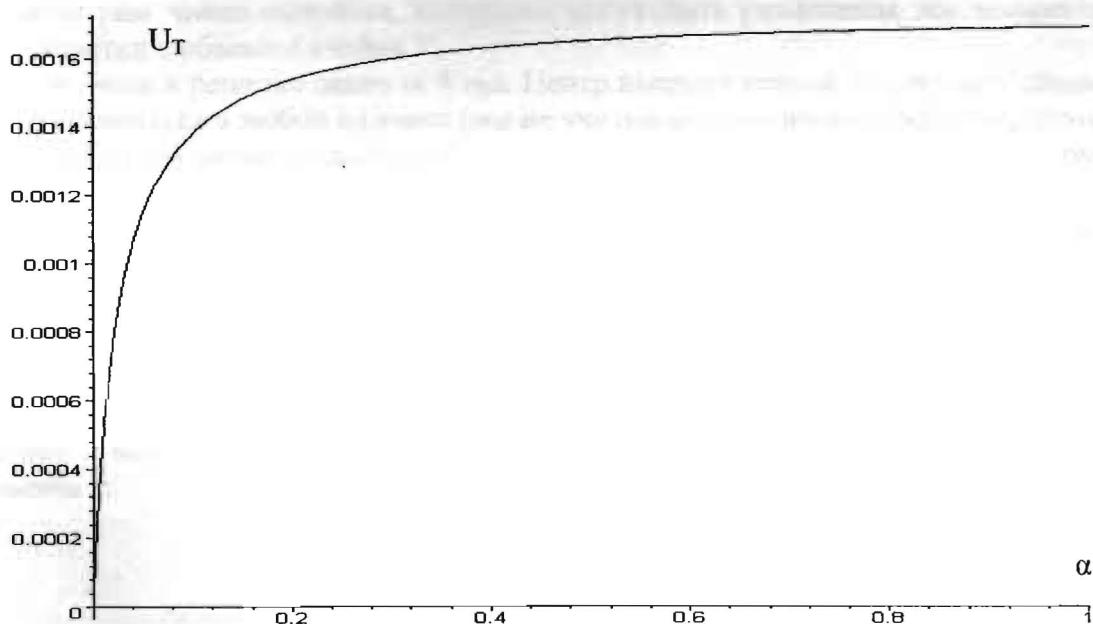


Рис.1

ЛИТЕРАТУРА

1. Галоян В.С., Яламов Ю.И. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ер.: Луйс, 1985.-с.208
2. Баринова М.Ф., Зенкина О.Н., Костицына Л.И., Яламов Ю.И. Теория термофореза умеренно крупных капель концентрированных растворов с учетом объемного переноса тепла. Учебное пособие. - М.: МГОУ, 2006г, 47 с.,
3. Яламов Г.Ю. Теория термодиффузиофореза аэрозольных частиц при прямом влиянии коэффициента испарения. - Кандидатская диссертация. – Москва, 2005г
4. Хаппель Дж., Бренер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. Пер. с англ. М.:Мир, 1976, 632 с.
5. Зенкина О.Н. Теория движения летучей аэрозольной капли раствора в неоднородных газах в режиме со скольжением. - Кандидатская диссертация. – Москва, 2002г
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. Пособ.: Для вузов. В 10 т. Т VI Гидродинамика. – 5-е изд., испр. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 736 с.
7. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1971. 720 с.
8. Физические величины: Справочник/ А.П.Бабичев, Н.А.Бабушкина, А.М.Братковский и др.; под ред. И.С.Григорьева, Е.З.Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.