

МЯГКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ВЫЧИСЛЕНИЯ

Научный журнал

Том 53, Номер 4, Апрель 2022

1-й год выпуска – 2017
Периодичность: 12 выпусков в год

ISSN 2618-9976 (print)
ISSN 2713-2072 (online)

ООО "Издательский дом
"НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА"

Главный редактор

Проклопина Светлана Васильевна, профессор, доктор технических наук
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Россия

Заместитель главного редактора

Звягин Леонид Сергеевич, доцент, кандидат экономических наук
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Россия

Редакционный совет

Клейнер Георгий Борисович, профессор,
доктор экономических наук,
член-корреспондент Российской академии наук,
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации,
Россия

Педрич Витольд, профессор, PhD
Институт инженеров электротехники и электроники (член IEEE), Университет провинции Альберта, Канада

Санчес Томазо Калво, профессор, PhD
Университет Алькала, Испания

Сапожникова Ксения Всеволодовна, PhD

Международная конфедерация по измерениям (член ИМЕКО ТС7), Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И. Менделеева (ВНИИМ), Россия

Тайманов Рюльд Евгеньевич, PhD

Международная конфедерация по измерениям (член ИМЕКО ТС7), Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И. Менделеева (ВНИИМ), Россия

Юриш Сергей Юрьевич, профессор, PhD

Международная ассоциация частотных датчиков, Испания

Редакционная коллегия

Аверкин Алексей Николаевич, доцент,
кандидат физико-математических наук
Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление"
Российской Академии Наук

Батыршин Ильдар Закирзянович, доктор физико-математических наук
Национальный политехнический институт, Мексика

Гисин Владимир Борисович, профессор,
кандидат физико-математических наук
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации,
Россия

Горохов Владимир Леонидович, профессор, доктор технических наук
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В.И. Ульянова (Ленина), Россия

Жуков Роман Александрович, доцент,
кандидат физико-математических наук
Тульский филиал Финансового университета при Правительстве
Российской Федерации, Россия

Куприянов Михаил Степанович, профессор, доктор технических наук
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В.И. Ульянова (Ленина), Россия

Котельников Валерий Григорьевич, профессор, доктор технических наук
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Россия

Лазарев Виктор Лазаревич, доцент, кандидат технических наук
Национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (ИТМО), Россия

Лепский Владимир Евгеньевич, доктор психологических наук
Институт философии РАН, Россия

Недосекин Алексей Олегович, профессор, доктор экономических наук,
кандидат технических наук
ООО "СИ-ФИНАНС", Россия

Спесивцев Александр Васильевич, доктор технических наук
Военно-космическая академия им. Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук, Россия

Тулупьев Александр Львович, профессор,
доктор физико-математических наук
Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, Россия

Щепетова Светлана Евгеньевна, доцент, доктор экономических наук
Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Россия

Решением Высшей аттестационной комиссии при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации (ВАК при Минобрнауки России) журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Журнал включен в национальную библиографическую базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), индексируется в Научной электронной библиотеке eLIBRARY.RU (Россия).

Журнал зарегистрирован в Министерстве цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации, Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (РОСКОМНАДЗОР).
Свидетельство о регистрации средства массовой информации от 08.12.2017 ПИ № ФС 77-71792

Перепечатка материалов, опубликованных в журнале "Мягкие измерения и вычисления", допускается только с письменного разрешения редакции. Статьи рецензируются. Точка зрения авторов статей может не совпадать с мнением редакции. Ответственность за достоверность рекламных объявлений несут рекламодатели.

Подписано в печать 22.04.2022. Формат 60x90 1/8.
Цена договорная. Объем 9,25 п.л.
Тираж 5000 экз.

Отпечатано в типографии
АО "Т8 Издательские Технологии"
г. Москва, Волгоградский проспект, д. 42, корп. 5
E-mail: info@T8print.ru

Подписка во всех отделениях связи России,
Казахстана, Украины и Белоруссии.
Каталог "Пресса России" – индекс 39468

Редакция

📍 123022, г. Москва, Звенигородское шоссе, д. 5, стр. 1
✉ info@s-lib.com, idnb11@yandex.ru
☎ +7 (495) 592-2998, +7 (916) 925-5954
🌐 <https://s-lib.com/journal/smc/>

SOFT MEASUREMENTS AND COMPUTING

Scientific journal

Volume 53, No. 4, April 2022

1-st year published – 2017
12 issues per year (monthly frequency)

ISSN 2618-9976 (print)
ISSN 2713-2072 (online)

Publishing House
SCIENTIFIC LIBRARY Ltd.

Editor-in-Chief

Prokopchina Svetlana V., *Professor, Doctor of Technical Sciences*
Financial University under the Government of the Russian Federation, Russia

Deputy Editor-in-Chief

Zvyagin Leonid S., *Associate Professor, Candidate of Economics*
Financial University under the Government of the Russian Federation, Russia

Editorial Council

Kleiner George B., *Professor, Doctor of Economics*
Russian Academy of Sciences (RAS Corresponding Member),
Financial University under the Government of the Russian Federation, Russia

Pedrycz Witold, *Professor, PhD*
Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE Member),
University of Alberta, Canada

Sanchez Tomasa C., *Professor, PhD*
University of Alcalá, Spain

Sapozhnikova Ksenia V., *PhD*
International Measurement Confederation (IMEKO TC7 Member),
D.I. Mendeleev Institute for Metrology (VNIIM), Russia

Taymanov Royald E., *PhD*
International Measurement Confederation (IMEKO TC7 Member),
D.I. Mendeleev Institute for Metrology (VNIIM), Russia

Yurish Sergey Y., *Professor, PhD*
International Frequency Sensor Association (IFSA), Spain

Editorial Board

Averkin Alexey N.
Associate Professor, Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Federal Research Center "Computer Science and Control"
of the Russian Academy of Sciences, Russia

Batyrshin Ildar Z.
Doctor of Physical and Mathematical Sciences
Instituto Politécnico Nacional, Mexico

Gisin Vladimir B.
Professor, Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Financial University under the Government of the Russian Federation, Russia

Gorokhov Vladimir L.
Professor, Doctor of Technical Sciences
Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI", Russia

Zhukov Roman A.
Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Financial University under the Government of Russian Federation
(Tula branch), Russia

Kupriyanov Mikhail S.
Professor, Doctor of Technical Sciences
Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI", Russia

Kotelnikov Valery G.
Professor, Doctor of Technical Sciences
Financial University under the Government of the Russian Federation, Russia

Lazarev Viktor L.
Associate Professor, Candidate of Technical Sciences
ITMO National Research University, Russia

Lepskiy Vladimir E.
Doctor of Psychological Sciences
Institute of Philosophy of the Russian Academy of Sciences, Russia

Nedosekin Alexey O.
Professor, Doctor of Economics, Candidate of Technical Sciences
LLC "C-FINANCE", Russia

Spesivtsev Alexander V.
Doctor of Technical Sciences
St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences,
Russia

Tulupye Alexander L.
Professor, Doctor of Physical and Mathematical Sciences
St. Petersburg Institute for Informatics and Automation, Russian Academy
of Sciences, Russia

Shchetova Svetlana E., *Associate Professor, Doctor of Economics*
Financial University under the Government of the Russian Federation, Russia

Indexing and Peer-review

Russian Science Index (eLIBRARY.RU)
Higher Attestation Commission
of the Russian Ministry of Education and Science

Subject Area and Category

Measurements – Measurement Science, Intelligent Measurements
Computing – Soft Computing
Mathematics – Bayesian approach, Theory of Probability and Statistics

The journal is registered in the Ministry of Digital Development, Communications and Mass Media of the Russian Federation,
the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media (ROSKOMNADZOR).
Certificate of Mass Media Registration PI № FS 77 – 71792 from 08.12.2017

Written permission should be sought from SCIENTIFIC LIBRARY Ltd. to reproduce any substantial part of a copyrighted work of the journal.
Signed articles represent the views of the authors, which may not necessarily coincide with those of SCIENTIFIC LIBRARY Ltd.
Responsibility for the accuracy of advertisements lies with advertisers.

Signed for printing 22.04.2022. Size 60x90 1/8.
The price is negotiable. Number of sheets 9,25 P.L.
Edition 5000 copies.

Printing House of "T8 Publishing Technologies" JSC
42, Volgogradsky Prospekt, building 5, Moscow, Russia
E-mail: info@T8print.ru

Subscription in all post offices of Russia,
Kazakhstan, Ukraine and Belarus.
Russian Press Catalog – Index 39468

Editorial Office

5/1, Zvenigorodskoye shosse, 123022, Moscow, Russia
info@s-lib.com, idnb11@yandex.ru
+7 (495) 592-2998, +7 (916) 925-5954
<https://s-lib.com/en/journal/smc/>

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|--|
| ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ. МЕТОДОЛОГИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ, МЯГКИХ, СИСТЕМНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ: МЕРЫ, ШКАЛЫ, ТЕХНОЛОГИИ | <i>Березин А.С., Жуков Р.А., Прокопчина С.В.</i> Байесовские интеллектуальные измерения индексов и показателей региональной обеспеченности объектами культуры 5 |
| МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ | <i>Криволапов С.Я.</i> Регрессионная модель подбора закона распределения логарифмической доходности акций 16 |
| БАЙЕСОВСКИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ | <i>Звягин Л.С.</i> Интерпретации реальных параметров модели и особенности моделирования при использовании байесовского подхода 27 |
| | <i>Сергеев А.В.</i> Измерение факторов, влияющих на цену акции, в условиях неопределенности на основе байесовских интеллектуальных технологий 40 |
| ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ | <i>Деревянко Б.А.</i> Эффект мировой пандемии COVID-19 на функционирование китайских финансовых рынков в контексте глобального финансового рынка 47 |
| | <i>Зайцев С.В.</i> Необходимость цифровой трансформация налоговой системы для эффективного функционирования и оптимизации налогового администрирования 56 |
| | <i>Губарева Е.А., Паршикова Г.Ю., Перфильев А.А.</i> Математическая составляющая оптимального управления 65 |

CONTENTS

| | |
|---|--|
| GENERAL THEORY OF MEASUREMENTS. METHODOLOGY AND APPLICATION OF THE THEORY OF INTELLECTUAL, SOFT, SYSTEMIC MEASUREMENTS: MEASURES, SCALES, TECHNOLOGIES | <p><i>Berezin A.S., Zhukov R.A., Prokopchina S.V.</i> Bayesian intellectual measurements of indices and indicators of regional availability of cultural objects 5</p> |
| COMPLEX SYSTEMS MODELING UNDER UNCERTAINTY | <p><i>Krivolapov S.Ya.</i> Regression model for fitting the distribution law logarithmic stock returns 16</p> |
| BAYESIAN INTELLIGENT TECHNOLOGIES | <p><i>Zvyagin L.S.</i> Interpretations of the real parameters of the model and features of modeling using the Bayesian approach 27</p> <p><i>Sergeev A.V.</i> Measuring the factors affecting the stock price under uncertainty based on bayesian intelligent technologies 40</p> |
| INFORMATION TECHNOLOGIES AND INTELLECTUAL DATA PROCESSING SYSTEMS UNDER UNCERTAINTY | <p><i>Derevianko B.A.</i> Effect of the global COVID-19 pandemic on the functioning of China's financial markets as components of the global financial market 47</p> <p><i>Zaytsev S.V.</i> The need for digital transformation of the tax system for effective functioning and optimization of tax administration 56</p> <p><i>Gubareva E.A., Parshikova G.Y., Perfilyev A.A.</i> The mathematical component of optimal management 65</p> |

УДК 681.3

DOI: 10.36871/2618-9976.2022.04.001

БАЙЕСОВСКИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ИНДЕКСОВ И ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЕГИОНАЛЬНОЙ ОБЕСПЕЧЕННОСТИ ОБЪЕКТАМИ КУЛЬТУРЫ

Березин А.С.¹¹ ООО "СофтИнтеллект"**Жуков Р.А.**²² Кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математики и информатики, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации (Тульский филиал), Тула, Россия, e-mail: pluszh@mail.ru**Прокопчина С.В.**³³ Доктор технических наук, профессор, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия, e-mail: svprokopchina@mail.ru

ИНФОРМАЦИЯ

Ключевые слова:
интеллектуальные измерения
индексы
байесовский подход

АННОТАЦИЯ

Расчет индексов и интегральных показателей является важной частью многих информационных задач. Условия их определения характеризуются значительной информационной неопределенностью, многочисленностью и разнотипностью показателей и сложностью их взаимовлияния. В статье предлагается подход к определению индексов и показателей региональной обеспеченности объектами культуры на основе байесовских интеллектуальных измерений. Приведен пример расчета индексов для ряда областей РФ.

BAYESIAN INTELLECTUAL MEASUREMENTS OF INDICES AND INDICATORS OF REGIONAL AVAILABILITY OF CULTURAL OBJECTS

Berezin A.S.¹¹ SoftIntellect LLC**Zhukov R.A.**²² Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics and Informatics, Financial University under the Government of the Russian Federation (Tula branch), Tula, Russia, e-mail: pluszh@mail.ru**Prokopchina S.V.**³³ Doctor of Technical Sciences, Professor, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia, e-mail: svprokopchina@mail.ru

ARTICLE INFO

Keywords:
Intelligent measurements
Indexes
Bayesian approach

ABSTRACT

The calculation of indices and integral indicators is an important part of many information tasks. The conditions for their determination are characterized by significant information uncertainty, the multiplicity and diversity of indicators and the complexity of their mutual influence. The article proposes an approach to the definition of indices and indicators of regional availability of cultural objects based on Bayesian intellectual measurements.

An example of calculating indices for a number of regions of the Russian Federation is given.

Введение

Методологические основы и примеры расчета индексов и интегральных показателей на основе байесовских интеллектуальных измерений (БИИ) приведены в работах [1–5], где дано обоснование подхода, при котором сложные показатели, в частности, индексы, могут быть представлены в виде иерархических систем более простых показателей, выраженных как в числовой, так и в лингвистической формах. Практические примеры, приведенные в указанных работах, убеждают в целесообразности применения методологии и средств БИИ в задачах социально-экономического развития регионов. Одной из таких задач является задача измерения индексов и показателей региональной обеспеченности объектами культуры.

Источником информации по группе показателей, характеризующих развитие культуры и запланированных показателей программ деятельности, являются ежегодные отчеты, отраженные в Перечне показателей состояния отрасли культуры в субъектах Российской Федерации (Форма 6-НК, Форма 8-НК, Форма 9-НК).

Источником информации по группе факторов, влияющих на показатели, характеризующих развитие культуры являются показатели социально-экономического развития субъектов Российской Федерации, отраженные в ежегодных статистических сборниках Росстата (Регионы России. Социально-экономические показатели: Статистический сборник) и иных региональных источниках информации.

Сложность и многочисленность показателей определяет необходимость применения современных программных комплексов для полного и достоверного определения индекса достаточности объектов культуры. Кроме того, информация о них является неточной, неполной и недостоверной, что определяет условия значительной неопределенности.

В этих условиях целесообразно использовать современные методы интеллектуальных измерений и искусственного интеллекта.

К таким моделям принадлежат модели на основе регуляризирующего байесовского подхода и байесовских интеллектуальных технологий, в частности, байесовских интеллектуальных измерений.

Подход и прикладные технологии БИИ могут быть применены для оценки развития культуры в субъектах РФ и обеспечивают возможность проводить сравнительный анализ между субъектами РФ с помощью частных и интегральных индексов.

Структура показателей определяется группой показателей, отраженных в формах 6-НК, 8-НК, 9-НК (Библиотеки и структурные подразделения, Музеи, Театры) и других показателей, утвержденных уполномоченным органом в части показателей для оценки развития культуры в субъектах РФ.

Модель для расчета индекса достаточности объектов культуры на основе БИИ

Модель для определения достаточного количества объектов культуры определенного типа j имеет вид:

$$N_j = I^{\text{reg}_{ij}} * N_{ij},$$

где N_j – достаточное число объектов культуры j для i -го периода;

N_{ij} – число объектов культуры j -го типа в i -ом периоде;

$I^{\text{reg}_{ij}}$ – индекс недостаточности объектов культуры j -го типа в i -ом периоде (индекс достаточности определяется как обратная величина то есть $1/I^{\text{reg}_{ij}}$);

* – символ вероятностной свертки по модифицированной байесовской формуле, предложенной в работах [1–5].

В данной модели индексы N_j , I^{reg}_{ij} , N_{ij} представляют собой сложные иерархические системы, структура которых рассмотрена ниже.

Модель для расчета индекса недостаточности объектов культуры

Имеет следующий вид:

$$I^{reg}_i = I^{reg}_{1i} * I^{reg}_{2i} * I^{reg}_{3i},$$

где I^{reg}_{1i} – индекс востребованности произведений культуры;

I^{reg}_{2i} – индекс доступности произведений культуры;

I^{reg}_{3i} – индекс региональной специфики;

i – текущий период расчета индекса, в качестве которого могут быть год или месяц расчета.

Данная модель может быть использована как основная для любого типа объектов культуры с адаптацией к специфике и детализации объекта.

I^{reg}_{1i} – **индекс востребованности произведений культуры** определяется по формуле:

$$I^{reg}_i = I^{reg}_{4i} * I^{reg}_{5i}, \text{ где}$$

I^{reg}_{4i} – индекс востребованности реальных произведений культуры, к которым относятся театральные постановки в театрах, музейные экспозиции, библиотечные собрания, концертные мероприятия и другие произведения культуры;

I^{reg}_{5i} – индекс востребованности цифровых образов произведений культуры в Интернет =1

Индекс востребованности реальных произведений культуры определяется по формуле:

$$I^{reg}_{4i} = I^{reg}_{6i} * I^{reg}_{7i}, \text{ где}$$

I^{reg}_{6i} – индекс посещаемости объектов культуры:

$$I^{reg}_{6i} = N_{1i} : N_{1b}, \text{ где}$$

N_{1i} – посещаемость объектов культуры в i -ом периоде;

N_{1b} – посещаемость объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2018 год.

I^{reg}_{5i} – **индекс востребованности цифровых образов произведений культуры.**

Индекс востребованности цифровых образов произведений культуры определяется по формуле:

$$I^{reg}_{5i} = I^{reg}_{6i} * I^{reg}_{7i}, \text{ где}$$

I^{reg}_{6i} – индекс посещаемости сайтов цифровых образов объектов культуры:

$$I^{reg}_{6i} = N_{1i} : N_{1b}, \text{ где}$$

N_{1i} – посещаемость сайтов объектов культуры в i -ом периоде;

N_{1b} – посещаемость сайтов объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2018 год.

I^{reg}_{7i} – индекс численности сайтов цифровых образов объектов культуры:

$$I^{reg}_{7i} = N_{2i} : N_{2b}, \text{ где}$$

N_{2i} – численность сайтов объектов культуры в i -ом периоде;

N_{2b} – численность сайтов объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2018 год.

I^{reg}_{2i} – индекс доступности реальных объектов культуры может быть определен по следующей формуле:

$$I^{reg}_{2i} = I^{reg}_{10i} * I^{reg}_{11i} * I^{reg}_{12i} * I^{reg}_{13i}, \text{ где}$$

I^{reg}_{10i} – индекс ценовой доступности реальных объектов культуры.

Он может быть определен соотношением средней цены стоимости получения доступа к произведениям культуры в базовом периоде N_{b7} и средней цены стоимости получения доступа к произведениям культуры N_{i7} i -ом периоде. Источниками информации для вычисления этого индекса могут быть сайты объектов культуры субъектов РФ. Средняя цена билета определяется как отношение поступлений от мероприятий к числу мероприятий:

$$I^{reg}_{10i} = N_{b7} : N_{i7}.$$

I^{reg}_{11i} – индекс транспортной доступности реальных объектов культуры = 1.

Он может быть определен на основании нормативов транспортной доступности, приведенным в Методических рекомендациях Распоряжения Министерства культуры № 965 от 2 августа 2017 года для различных населенных пунктов РФ, в виде:

$$I^{reg}_{11i} = N_{i9} : N_{in}.$$

N_{i9} – среднее время достижения объектов культуры в i -ом периоде;

N_{in} – норматив среднего времени достижения объектов культуры из таблиц вышеуказанных Методических указаний.

I^{reg}_{12i} – индекс ценовой доступности цифровых образов объектов культуры.

Он может быть определен соотношением средней цены стоимости получения доступа к цифровым образам произведениям культуры N_{b10} , например, средней просмотра оцифрованной театральной постановки, и средней для данного субъекта РФ заработной платой в месяц N_{b8} базового периода к текущему i -му периоду. Источниками информации для вычисления этого индекса могут быть сайты цифровых платформ и площадок, предоставляющих такие услуги:

$$I^{reg}_{12i} = (N_{b10} : N_{b8}) : (N_{i10} : N_{i8}).$$

I^{reg}_{13i} – индекс обеспеченности доступа к цифровым образам произведений культуры.

Этот индекс может быть определен, исходя из степени цифровизации субъекта федерации, оснащенности населения средствами доступа в Интернет и развитости сетей мобильной связи, по нескольким основным показателям:

$$I_{reg13i} = I_{reg14i} * I_{reg15i}, \text{ где}$$

I_{reg14i} – индекс доступности широкополосной связи для населения субъекта федерации (в частности, для локализации пользователя):

$$I_{reg14i} = N_{i11} : N_{i12}, \text{ где}$$

N_{i11} – численность активных абонентов фиксированного широкополосного доступа к сети интернет на 100 человек населения в i -ом периоде;

N_{i12} – численность активных абонентов фиксированного широкополосного доступа к сети интернет на 100 человек населения в базовом периоде.

I_{reg15i} – индекс обеспеченности населения устройствами доступа в Интернет:

$$I_{reg15i} = N_{i13} : N_{i14}, \text{ где}$$

N_{i13} – население, использовавшее сеть Интернет в процентах от общей численности населения соответствующего субъекта Российской Федерации в i -ом периоде.

N_{i14} – население, использовавшее сеть Интернет в процентах от общей численности населения соответствующего субъекта Российской Федерации в базовом периоде.

I_{reg3i} – индекс региональной специфики.

Этот индекс определяет условия, ограничения и потенциалы развития востребованности к восприятию культурных ценностей у населения.

Он является дополнительным для основной формулы определения индекса достаточности объектов культуры.

В таблицах 1 и 2 приведены максимально вероятные значения индекса достаточности объектов культуры для Владимирской и Тульской областей без учета региональной специфики, полученные на основе вышеприведенных моделей на основе БИИ.

Таблица 1

Индекс достаточности объектов культуры для Владимирской области

| Показатели | Театры | Музеи | Библиотеки |
|---|--------|--------|------------|
| N_j – достаточное число объектов культуры j | 2,67 | 222,68 | 566,44 |
| N_{ij} – число объектов культуры j -го типа в i -ом периоде | 3,00 | 174,00 | 405,00 |
| I_{regij} – индекс недостаточности объектов культуры j -го типа в i -том периоде | 0,89 | 1,28 | 1,40 |
| I_{reg1i} – индекс востребованности произведений культуры | 0,91 | 1,06 | 1,22 |
| I_{reg2i} – индекс доступности произведений культуры | 0,98 | 1,21 | 1,15 |
| I_{reg3i} – индекс региональной специфики | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| I_{reg4i} – индекс востребованности реальных произведений культуры, к которым относятся театральные постановки в театрах, музейные экспозиции, библиотечные собрания, концертные мероприятия и другие произведения культуры | 0,91 | 1,06 | 1,11 |
| I_{reg5i} – индекс востребованности цифровых образов произведений культуры в Интернет | 1,00 | 1,00 | 1,11 |

**ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ. МЕТОДОЛОГИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ, МЯГКИХ, СИСТЕМНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ: МЕРЫ, ШКАЛЫ, ТЕХНОЛОГИИ**

Окончание Таблицы 1

| | | | |
|--|--------|---------|-----------|
| Ireg6i – индекс посещаемости объектов культуры | 0,91 | 1,06 | 1,00 |
| N1i – посещаемость объектов культуры в i-ом периоде | 134,40 | 1644,30 | 1,00 |
| N1b – посещаемость объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2019 год | 148,50 | 1555,40 | 1,00 |
| Ireg6i – индекс посещаемости сайтов цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N1i – посещаемость сайтов объектов культуры в i-ом периоде | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N1b – посещаемость сайтов объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2018 год | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ireg7i – индекс численности сайтов цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,11 |
| N2i – численность сайтов объектов культуры в i-ом периоде | 1,00 | 1,00 | 72636,00 |
| N2b – численность сайтов объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2018 год | 1,00 | 1,00 | 65725,00 |
| Ireg10i – индекс ценовой доступности реальных объектов культуры | 0,87 | 1,07 | 1,01 |
| Средняя цена стоимости получения доступа к произведениям культуры Ni7, средняя цена билета для театральной постановки в текущем периоде | 285,57 | 495,03 | 813971,00 |
| Средняя цена стоимости получения доступа к произведениям культуры Ni7, средняя цена билета для театральной постановки в базовом периоде | 248,68 | 530,64 | 825350,00 |
| Ireg11i – индекс транспортной доступности реальных объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ni9 – среднее время достижения объектов культуры в i-ом периоде | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N9n – норматив среднего времени достижения объектов культуры из таблиц вышеуказанных Методических указаний | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ireg12i – индекс ценовой доступности цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Средняя цена стоимости получения доступа к цифровым образам произведениям культуры Ni10 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ireg13i – индекс обеспеченности доступа к цифровым образам произведений культуры | 1,13 | 1,13 | 1,13 |
| Ireg14i – индекс доступности широкополосной связи для населения субъекта федерации (в частности, для локализации пользователя) | 1,05 | 1,05 | 1,05 |
| Ni11 – численность активных абонентов фиксированного широкополосного доступа к сети интернет на 100 человек населения в i-ом периоде, | 21,80 | 21,80 | 21,80 |
| Ni12 – численность активных абонентов фиксированного широкополосного доступа к сети интернет на 100 человек населения в базовом периоде | 20,70 | 20,70 | 20,70 |
| Ireg15i – индекс обеспеченности населения устройствами доступа в Интернет | 1,07 | 1,07 | 1,07 |
| Ni13 – население, использовавшее сеть Интернет в процентах от общей численности населения соответствующего субъекта Российской Федерации в i-том периоде | 81,50 | 81,50 | 81,50 |
| Ni14 – население, использовавшее сеть Интернет в процентах от общей численности населения соответствующего субъекта Российской Федерации в базовом периоде | 76,00 | 76,00 | 76,00 |

Таблица 2

Индекс достаточности объектов культуры для Тульской области

| Показатели | Театры | Музеи | Библиотеки |
|---|--------|---------|------------|
| N_j – достаточное число объектов культуры j | 5,91 | 292,41 | 898,53 |
| N_{ij} – число объектов культуры j -го типа в i -ом периоде | 6,00 | 254,00 | 458,00 |
| I_{regij} – индекс недостаточности объектов культуры j -го типа в i -том периоде | 0,98 | 1,15 | 1,96 |
| I_{reg1i} – индекс востребованности произведений культуры | 1,00 | 1,07 | 1,84 |
| I_{reg2i} – индекс доступности произведений культуры | 0,98 | 1,08 | 1,07 |
| I_{reg3i} – индекс региональной специфики | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| I_{reg4i} – индекс востребованности реальных произведений культуры, к которым относятся театральные постановки в театрах, музейные экспозиции, библиотечные собрания, концертные мероприятия и другие произведения культуры | 1,00 | 1,07 | 1,36 |
| I_{reg5i} – индекс востребованности цифровых образов произведений культуры в Интернет | 1,00 | 1,00 | 1,36 |
| I_{reg6i} – индекс посещаемости объектов культуры | 1,00 | 1,07 | 1,00 |
| N_{1i} – посещаемость объектов культуры в i -ом периоде | 251,80 | 1783,10 | 1,00 |
| N_{1b} – посещаемость объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2019 год | 251,30 | 1666,50 | 1,00 |
| I_{reg6i} – индекс посещаемости сайтов цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,36 |
| N_{1i} – посещаемость сайтов объектов культуры в i -ом периоде | 1,00 | 1,00 | 60393,00 |
| N_{1b} – посещаемость сайтов объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2018 год | 1,00 | 1,00 | 44568,00 |
| I_{reg7i} – индекс численности сайтов цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N_{2i} – численность сайтов объектов культуры в i -ом периоде | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N_{2b} – численность сайтов объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2018 год | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| I_{reg10i} – индекс ценовой доступности реальных объектов культуры | 0,92 | 1,01 | 1,00 |
| Средняя цена стоимости получения доступа к произведениям культуры N_{i7} , средняя цена билета для театральной постановки в текущем периоде | 223,47 | 906,19 | 1,00 |
| Средняя цена стоимости получения доступа к произведениям культуры N_{i7} , средняя цена билета для театральной постановки в базовом периоде | 205,45 | 912,58 | 1,00 |
| I_{reg11i} – индекс транспортной доступности реальных объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N_{i9} – среднее время достижения объектов культуры в i -ом периоде | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N_{9n} – норматив среднего времени достижения объектов культуры из таблиц вышеуказанных Методических указаний | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| I_{reg12i} – индекс ценовой доступности цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Средняя цена стоимости получения доступа к цифровым образам произведениям культуры N_{i10} | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| I_{reg13i} – индекс обеспеченности доступа к цифровым образам произведений культуры | 1,07 | 1,07 | 1,07 |
| I_{reg14i} – индекс доступности широкополосной связи для населения субъекта федерации (в частности, для локализации пользователя) | 1,03 | 1,03 | 1,03 |

Окончание Таблицы 2

| | | | |
|--|-------|-------|-------|
| Ni11 – численность активных абонентов фиксированного широкополосного доступа к сети интернет на 100 человек населения в i-ом периоде | 24,20 | 24,20 | 24,20 |
| Ni12 – численность активных абонентов фиксированного широкополосного доступа к сети интернет на 100 человек населения в базовом периоде | 23,50 | 23,50 | 23,50 |
| Ireg15i – индекс обеспеченности населения устройствами доступа в Интернет | 1,04 | 1,04 | 1,04 |
| Ni13 – население, использовавшее сеть Интернет в процентах от общей численности населения соответствующего субъекта Российской Федерации в i-ом периоде | 80,20 | 80,20 | 80,20 |
| Ni14 – население, использовавшее сеть Интернет в процентах от общей численности населения соответствующего субъекта Российской Федерации в базовом периоде | 77,30 | 77,30 | 77,30 |

Таблица 3

Индекс достаточности объектов культуры для Курской области

| Показатели | Театры | Музеи | Библиотеки |
|--|--------|--------|------------|
| Nj – достаточное число объектов культуры j | 2,00 | 71,00 | 2506,00 |
| Nij – число объектов культуры j-го типа в i-ом периоде | 2,00 | 53,00 | 661,00 |
| Iregij – индекс недостаточности объектов культуры j-го типа в i-ом периоде | 1,19 | 1,34 | 3,79 |
| Ireg1i – индекс востребованности произведений культуры | 1,09 | 1,13 | 3,36 |
| Ireg2i – индекс доступности произведений культуры | 1,09 | 1,18 | 1,13 |
| Ireg3i – индекс региональной специфики | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ireg4i – индекс востребованности реальных произведений культуры, к которым относятся театральные постановки в театрах, музейные экспозиции, библиотечные собрания, концертные мероприятия и другие произведения культуры | 1,09 | 1,13 | 1,83 |
| Ireg5i – индекс востребованности цифровых образов произведений культуры в Интернет | 1,00 | 1,00 | 1,83 |
| Ireg6i – индекс посещаемости объектов культуры | 1,09 | 1,13 | 1,00 |
| N1i – посещаемость объектов культуры в i-ом периоде | 202,80 | 523,00 | 1,00 |
| N1b – посещаемость объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2019 год | 185,70 | 461,90 | 1,00 |
| Ireg6i – индекс посещаемости сайтов цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,83 |
| N1i – посещаемость сайтов объектов культуры в i-ом периоде | 1,00 | 1,00 | 15308,00 |
| N1b – посещаемость сайтов объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2018 год | 1,00 | 1,00 | 8353,00 |
| Ireg7i – индекс численности сайтов цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N2i – численность сайтов объектов культуры в i-ом периоде | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N2b – численность сайтов объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2018 год | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ireg10i – индекс ценовой доступности реальных объектов культуры | 0,97 | 1,04 | 1,00 |
| Средняя цена стоимости получения доступа к произведениям культуры Ni7, средняя цена билета для театральной постановки в текущем периоде | 134,93 | 498,53 | 1,00 |

Окончание Таблицы 3

| | | | |
|--|--------|--------|-------|
| Средняя цена стоимости получения доступа к произведениям культуры Ni7, средняя цена билета для театральной постановки в базовом периоде | 130,66 | 520,76 | 1,00 |
| Ireg11i – индекс транспортной доступности реальных объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ni9 – среднее время достижения объектов культуры в i-ом периоде | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N9n – норматив среднего времени достижения объектов культуры из таблиц вышеуказанных Методических указаний | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ireg12i – индекс ценовой доступности цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Средняя цена стоимости получения доступа к цифровым образам произведениям культуры Ni10 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ireg13i – индекс обеспеченности доступа к цифровым образам произведений культуры | 1,13 | 1,13 | 1,13 |
| Ireg14i – индекс доступности широкополосной связи для населения субъекта федерации (в частности, для локализации пользователя) | 1,02 | 1,02 | 1,02 |
| Ni11 – численность активных абонентов фиксированного широкополосного доступа к сети интернет на 100 человек населения в i-ом периоде | 23,40 | 23,40 | 23,40 |
| Ni12 – численность активных абонентов фиксированного широкополосного доступа к сети интернет на 100 человек населения в базовом периоде | 22,90 | 22,90 | 22,90 |
| Ireg15i – индекс обеспеченности населения устройствами доступа в Интернет | 1,10 | 1,10 | 1,10 |
| Ni13 – население, использовавшее сеть Интернет в процентах от общей численности населения соответствующего субъекта Российской Федерации в i-ом периоде | 86,50 | 86,50 | 86,50 |
| Ni14 – население, использовавшее сеть Интернет в процентах от общей численности населения соответствующего субъекта Российской Федерации в базовом периоде | 78,30 | 78,30 | 78,30 |

Таблица 4

Индекс достаточности объектов культуры для Тамбовской области

| Показатели | Театры | Музеи | Библиотеки |
|--|--------|--------|------------|
| Nj – достаточное число объектов культуры j | 3,00 | 73,00 | 525,00 |
| Nij – число объектов культуры j-го типа в i-ом периоде | 4,00 | 56,00 | 494,00 |
| Iregij – индекс недостаточности объектов культуры j-го типа в i-ом периоде | 0,81 | 1,31 | 1,06 |
| Ireg1i – индекс востребованности произведений культуры | 0,94 | 1,23 | 1,04 |
| Ireg2i – индекс доступности произведений культуры | 0,86 | 1,06 | 1,02 |
| Ireg3i – индекс региональной специфики | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ireg4i – индекс востребованности реальных произведений культуры, к которым относятся театральные постановки в театрах, музейные экспозиции, библиотечные собрания, концертные мероприятия и другие произведения культуры | 0,94 | 1,23 | 1,02 |
| Ireg5i – индекс востребованности цифровых образов произведений культуры в Интернет | 1,00 | 1,00 | 1,02 |
| Ireg6i – индекс посещаемости объектов культуры | 0,94 | 1,23 | 1,00 |
| N1i – посещаемость объектов культуры в i-ом периоде | 134,40 | 716,40 | 1,00 |

| | | | |
|--|--------|--------|-----------|
| N1b – посещаемость объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2019 год | 143,40 | 580,60 | 1,00 |
| Iregb1 – индекс посещаемости сайтов цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,02 |
| N1i – посещаемость сайтов объектов культуры в i-ом периоде | 1,00 | 1,00 | 368335,00 |
| N1b – посещаемость сайтов объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2018 год | 1,00 | 1,00 | 361302,00 |
| Ireg7i – индекс численности сайтов цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N2i – численность сайтов объектов культуры в i-ом периоде | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N2b – численность сайтов объектов культуры в базовом периоде, за который можно принять 2018 год | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ireg10i – индекс ценовой доступности реальных объектов культуры | 0,84 | 1,04 | 1,00 |
| Средняя цена стоимости получения доступа к произведениям культуры Ni7, средняя цена билета для театральной постановки в текущем периоде | 235,35 | 275,01 | 1,00 |
| Средняя цена стоимости получения доступа к произведениям культуры Ni7, средняя цена билета для театральной постановки в базовом периоде | 198,45 | 285,63 | 1,00 |
| Ireg11i – индекс транспортной доступности реальных объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ni9 – среднее время достижения объектов культуры в i-ом периоде | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| N9n – норматив среднего времени достижения объектов культуры из таблиц вышеуказанных Методических указаний | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ireg12i – индекс ценовой доступности цифровых образов объектов культуры | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Средняя цена стоимости получения доступа к цифровым образам произведениям культуры Ni10 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ireg13i – индекс обеспеченности доступа к цифровым образам произведений культуры | 1,02 | 1,02 | 1,02 |
| Ireg14i – индекс доступности широкополосной связи для населения субъекта федерации (в частности, для локализации пользователя) | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| Ni11 – численность активных абонентов фиксированного широкополосного доступа к сети интернет на 100 человек населения в i-ом периоде | 18,60 | 18,60 | 18,60 |
| Ni12 – численность активных абонентов фиксированного широкополосного доступа к сети интернет на 100 человек населения в базовом периоде | 18,60 | 18,60 | 18,60 |
| Ireg15i – индекс обеспеченности населения устройствами доступа в Интернет | 1,02 | 1,02 | 1,02 |
| Ni13 – население, использовавшее сеть Интернет в процентах от общей численности населения соответствующего субъекта Российской Федерации в i-ом периоде | 79,30 | 79,30 | 79,30 |
| Ni14 – население, использовавшее сеть Интернет в процентах от общей численности населения соответствующего субъекта Российской Федерации в базовом периоде | 77,60 | 77,60 | 77,60 |

Измерение показателей региональной специфики, часть из которых приведена выше, приводится в работах [3, 5].

В этих условиях целесообразно использовать современные методы интеллектуальных измерений и искусственного интеллекта.

К таким моделям принадлежат модели на основе регуляризирующего байесовского подхода и байесовских интеллектуальных технологий, в частности, байесовских интеллектуальных измерений.

Вид уравнения для определения индекса достаточности объектов культуры на основе байесовских интеллектуальных измерений:

$$I^{\text{reg}}_i = I^{\text{reg}}_{1i} * I^{\text{reg}}_{2i} * I^{\text{reg}}_{3i},$$

* – символ, обозначающий свертку факторов по модифицированной байесовской формуле:

$$P(I^{\text{reg}}_i) = (P(I^{\text{reg}}_{ij}) P(I^{\text{reg}}_{ij+1})) : \sum_{j=1, J} (P(I^{\text{reg}}_{ij}) P(I^{\text{reg}}_{ij+1})),$$

где $P(I^{\text{reg}}_i)$ – вероятность (возможность) значения индекса.

Значения индекса с соответствующей вероятностью определяются на специальных шкалах, создаваемых для каждого индекса и показателя на основе методологии и технологий построения шкал с динамическими ограничениями. Теория и практические методики создания таких шкал рассмотрены в [5].

Список литературы

- [1] Прокопчина С.В. Интеллектуальные измерения на основе регуляризирующего байесовского подхода. М.: Изд. Дом "НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА", 2021. 479 с.
- [2] Прокопчина С.В. Методологические основы теории мягких измерений. В кн. "Мягкие измерения и вычисления", том 1. М.: Изд. Дом "НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА", 2017. 395 с.
- [3] Прокопчина С.В. Моделирование и управление процессами цифровизации региональной экономики. М.: Изд. Дом "НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА", 2021. 377 с.
- [4] Прокопчина С.В., Щербakov Г.А., Ефимов Ю.В. Моделирование социально-экономических систем в условиях неопределенности. М.: Изд. Дом "НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА", 2018. 495 с.
- [5] Прокопчина С.В. Основы теории шкалирования в экономике. М.: Изд. Дом "НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА", 2021. 280 с.

References

- [1] Prokopchina S.V. Intellectual measurements based on the regularizing Bayesian approach. M.: Ed. House "SCIENTIFIC LIBRARY", 2021. 479 p.
- [2] Prokopchina S.V. Methodological foundations of the theory of soft measurements. In the book. "Soft measurements and computing", volume 1. M.: Ed. House "SCIENTIFIC LIBRARY", 2017. 395 p.
- [3] Prokopchina S.V. Modeling and management of digitalization processes of the regional economy. M.: Ed. House "SCIENTIFIC LIBRARY", 2021. 377 p.
- [4] Prokopchina S.V., Shcherbakov G.A., Efimov Yu.V. Modeling of socio-economic systems under conditions of uncertainty. M.: Ed. House "SCIENTIFIC LIBRARY", 2018. 495 p.
- [5] Prokopchina S.V. Fundamentals of scaling theory in economics. M.: Ed. House "SCIENTIFIC LIBRARY", 2021. 280 p.

РЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ ПОДБОРА ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ДОХОДНОСТИ АКЦИЙ

Криволапов С.Я.¹

¹ Кандидат физико-математических наук, доцент, доцент Департамента математики Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия, e-mail: skrivolapov@fa.ru

ИНФОРМАЦИЯ

Ключевые слова:
подгонка распределений
логарифмическая доходность
условная оптимизация

АННОТАЦИЯ

Рассматриваются данные о дневных котировках акций 216 российской компаний за период времени с 2004 по 2021 г. Предметом исследования является закон распределения логарифмической доходности акций. Из общего числа компаний часть компаний оставляется для последующего тестирования модели. Для каждой из оставшихся компаний, используя методы языка Python, подбирается закон (из 40 имеющихся кандидатов), "наилучшим" образом (в смысле расстояния Кульбака-Лейблера), приближающий закон распределения выборки. Одним из наиболее часто возникающих в качестве "наилучшего" является обобщенный нормальный закон (gennorm). Закон имеет более тяжелые хвосты по сравнению с нормальным и задается тремя параметрами (формы, положения и масштаба). По 178 выборкам (оставшимся после удаления выбросов) строятся уравнения регрессии для зависимостей параметров обобщенного нормального закона распределения от первых четырех начальных моментов, оцениваемых по выборке. Графические средства показали хорошее приближение эмпирического и гипотетического законов распределения логдоходности. Проверка по критерию согласия отклонила гипотезу о согласии законов на 5%-м уровне для двух компаний из девяти. Для семи компаний критерий согласия показал отсутствие оснований для отклонения гипотезы о согласии на 20%-м уровне.

REGRESSION MODEL FOR FITTING THE DISTRIBUTION LAW LOGARITHMIC STOCK RETURNS

Krivolapov S.Ya.¹

¹ Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor Department of Mathematics, Financial University under Government of Russian Federation, Moscow, Russia, e-mail: skrivolapov@fa.ru

ARTICLE INFO

Keywords:
Fitting distributions
Logarithmic returns
Conditional optimization

ABSTRACT

Data on daily stock quotations of 216 Russian companies for the period from 2004 to 2021 are considered. The subject of the study is the law of distribution of the logarithmic profitability of shares. Out of the total number of companies, a part of the companies is left for the subsequent testing of the model. For each of the remaining companies, using the methods of the Python language, a law is selected

(out of 40 available candidates), in the "best" way (in the sense of the Kulback-Leibler distance), approximating the law of sample distribution. One of the most frequently appearing as the "best" is the generalized normal law (gen-norm). The law has heavier tails compared to the normal one, and is given by three parameters (shape, position and scale). For 178 samples (remaining after removal of outliers) a regression model is constructed for the dependences of the parameters of the generalized normal distribution law on the first four initial moments estimated from the sample. Graphical tools have shown a good approximation of the empirical and hypothetical laws of profitability distribution. The goodness of fit rejected the hypothesis of the consent of laws at the 5% level for two companies out of nine. For seven companies, the goodness of fit showed that there were no grounds for rejecting the hypothesis of consent at the 20% level.

Введение

Целью работы является исследование возможности описания закона распределения логдоходности акций российских компаний законом, обобщающим нормальный – обобщенным нормальным законом (в дальнейшем используется наименование *gennorm*).

В финансовой литературе риск обычно измеряется в изменениях цены активов. Показатель изменения цены, определяющийся относительно некоторой начальной стоимости актива, известен как доходность. В настоящей работе изменения рыночной стоимости актива будут измеряться в терминах логарифмической доходности. Под данным термином понимается натуральный логарифм процентной доходности актива:

$$r_t = \ln(P_t / P_{t-1}),$$

где P_t – стоимость актива.

Модели для измерения рисков пытаются описать будущие изменения в стоимости ценной бумаги [8, 9, 10, 11, 13, 14]. Часто цель достигается с помощью прогнозирования каждой из базовых для ценной бумаги показателей, используя только исторические значения для построения этих прогнозов. Задача описания будущих изменений цен требует моделирования следующих процессов: (1) временной динамики доходностей, то есть моделирование изменений с течением времени и (2) распределение доходностей в любой момент времени.

Проведенные исследования финансовых рынков [3, 7] показали, что распределение доходностей финансовых инструментов не может быть описано с помощью нормального закона. Был выявлен степенной закон поведения хвостов распределений доходностей на финансовых рынках [7].

В настоящей работе предпринята попытка описать закон распределения логдоходности обобщенным нормальным законом [2, 4, 6], имеющим хвосты, более тяжелые по сравнению с нормальным законом. Данный закон имеет три параметра: формы, положения и масштаба.

Задача исследования: используя данные о 216 российских компаниях, построить уравнения регрессии для зависимостей параметров распределения *gennorm* от первых четырех начальных моментов выборки логдоходности компании.

Построенная модель может использоваться для подбора закона распределения логдоходности новых компаний.

Материалы и методы

В качестве исходных данных выбирались дневные цены закрытия торгов некоторых российских компаний (сайт информационного агентства "МФД ИнфоЦентр", данные о котировках на странице <https://mfd.ru/export/>). Для построения модели были отобраны данные 216 компаний с результатами дневных котировок в период с 2004 г. по 2021 г. Выбирались компании, во-первых представленные на данном сайте, во-вторых с достаточным объемом торгов (объем выборки – не менее 2000).

Используя цены закрытия торгов P_i , вычислялись значения логарифмической доходности по формуле $r_t = \ln(P_{t+1}/P_t)$. Признак "логарифмическая доходность" имеет распределение, близкое к симметричному с центром около нуля. Среди возможных законов распределения, пригодных для описания этого признака, рассматривались законы, определенные или на бесконечном интервале, или на конечном интервале, включающим нулевое значение, и реализованные в языке Python. Количество таких законов, доступных для исследования – 40.

Для каждой из 216 выборок определялся закон, "наиболее близкий" к распределению выборки. В качестве критерия близости рассматривалось расстояние Кульбака-Лейблера [1].

Расстояние Кульбака-Лейблера (относительная энтропия) является мерой удаленности друг от друга двух распределений вероятности. Если $f(x)$ – плотность гипотетического распределения, а $p(x)$ – выборочная плотность распределения, найденная по выборке, то расстояние Кульбака-Лейблера вычисляется по формуле:

$$D_{KL} = \int_b^c p(x) \ln \frac{p(x)}{f(x)} dx.$$

где $(b; c)$ – область значений логдоходности.

Среди множества из сорока распределений, в качестве ближайшего в смысле расстояния Кульбака-Лейблера, возникал один из девяти законов (распределение су-Джонсона, распределение Стьюдента, обобщенное нормальное распределение, распределение Тьюки-лямбда, двойное распределение Вейбулла, двойное гамма-распределение, распределение гиперсеканса, распределение Лапласа, обобщенное логистическое распределение).

Для целей нашей работы подходящим из этого набора является закон `genpopt`; по частоте возникновения в качестве "ближайшего" этот закон уступает только распределению су-Джонсона.

Обобщенный нормальный закон

Плотность распределения закона имеет следующий вид:

$$f(x) = \frac{\beta}{2\sigma\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right)} e^{-\frac{|x-a|^\beta}{\sigma}}, \quad \beta > 0, \quad \sigma > 0, \quad a \in R, \quad x \in R.$$

Здесь $\Gamma(x)$ – гамма-функция. Распределение имеет три параметра: β – параметр формы, a – параметр положения, σ – параметр масштаба.

При значении параметра $\beta = 2$ распределение совпадает с нормальным (с параметрами a и $\sigma / \sqrt{2}$). При значении $\beta = 1$ совпадает с распределением Лапласа. При значениях $\beta < 2$ обобщенное нормальное распределение имеет хвосты распределения, которые тяжелее нормальных.

Математическое ожидание и дисперсия определяются по формулам:

$$E(X) = a, \quad \text{Var}(X) = \sigma^2 \Gamma\left(\frac{3}{\beta}\right) / \Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right).$$

На рис. 1 приведены графики плотности распределения при значениях параметра $\beta \leq 2$.

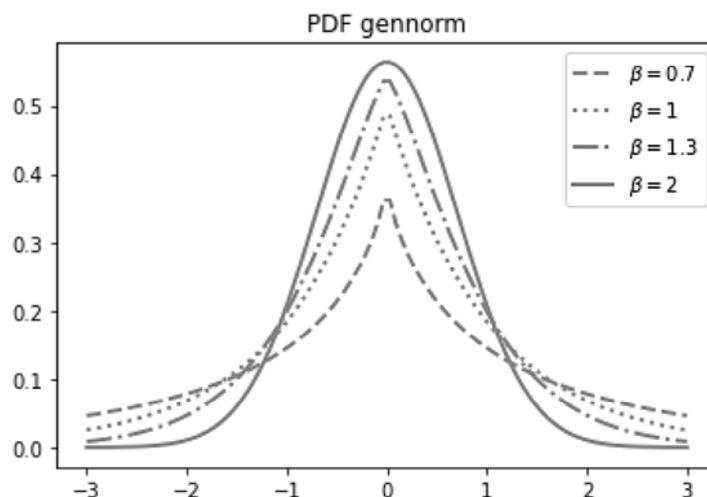


Рис. 1. Плотность распределения при различных значениях параметра β

Результаты подгонки данных компаний распределением gennorm

На рисунках 2–5 приведены графические иллюстрации результатов подгонки данных некоторых компаний распределением gennorm, параметры которого определялись по выборке значений логдоходности методом максимального правдоподобия [5].

Иллюстрации показывают достаточно хорошее приближение гистограммы выборки к кривой плотности распределение закона gennorm.

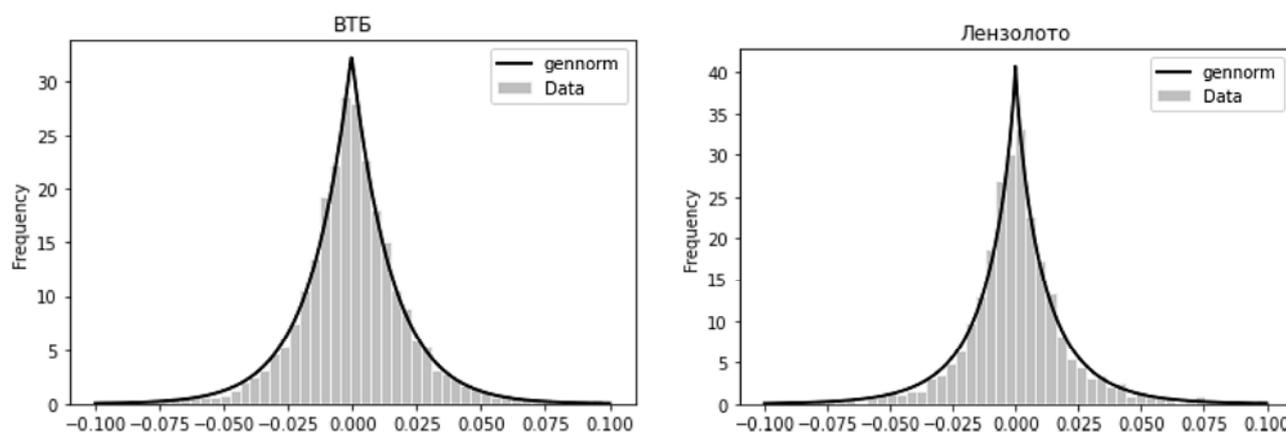


Рис. 2. Компании ВТБ и Лензолото

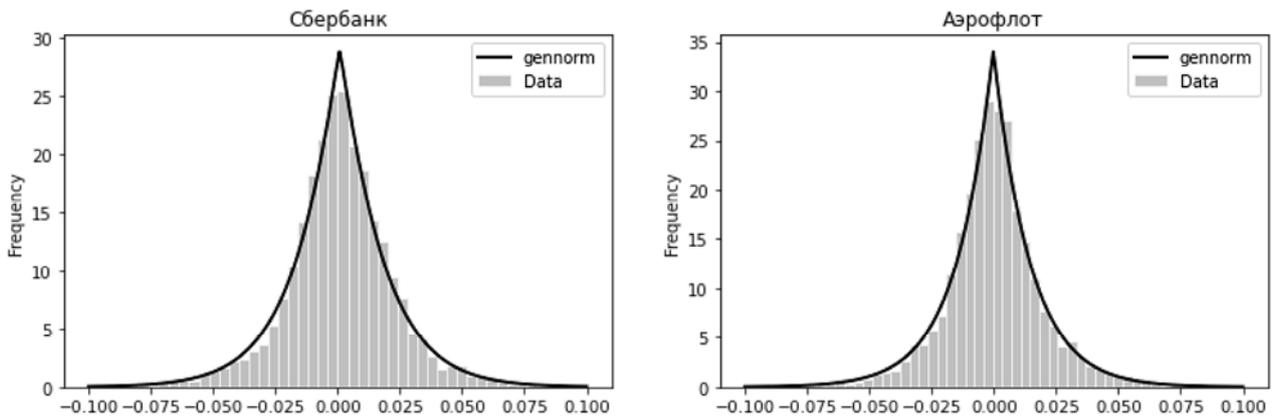


Рис. 3. Компании Сбербанк и Аэрофлот

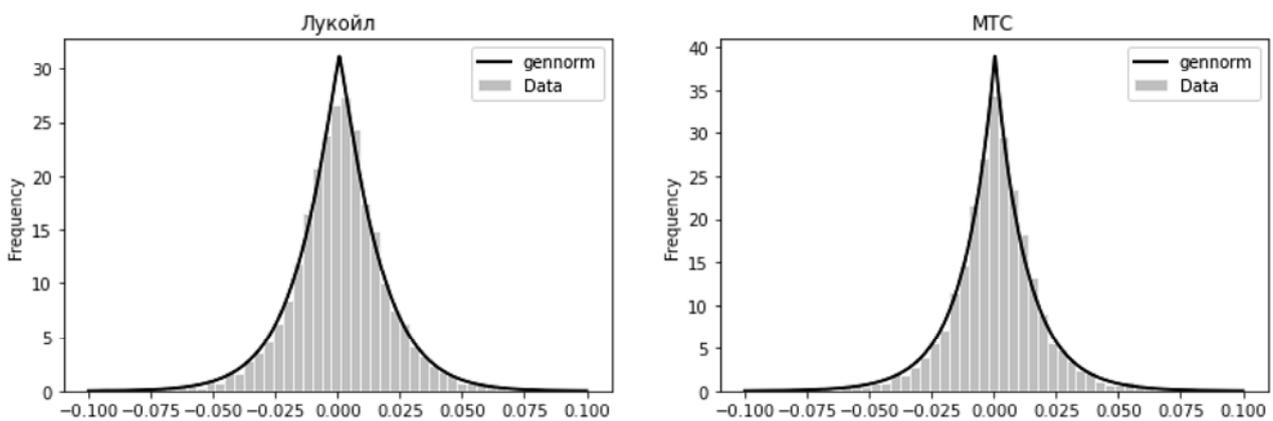


Рис. 4. Компании Лукойл и МТС

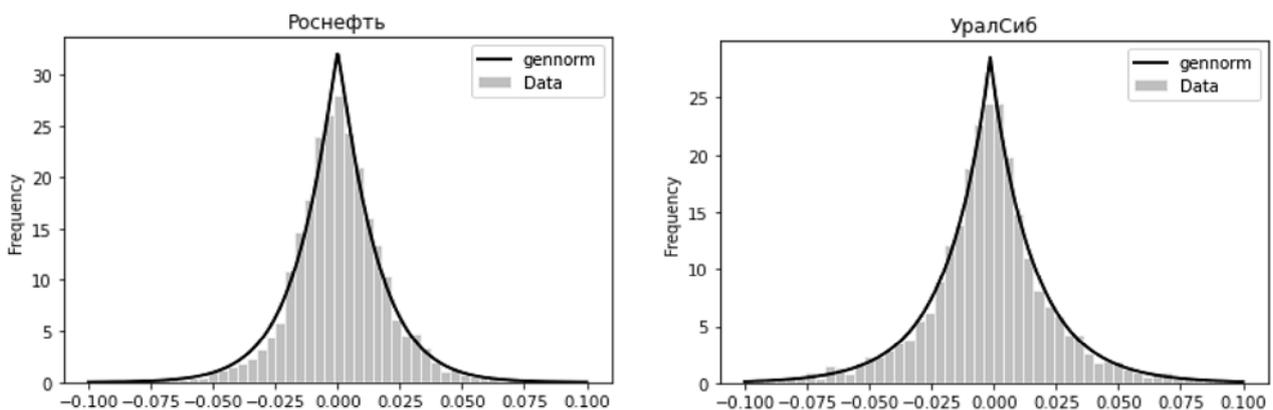


Рис. 5. Компании Роснефть и УралСиб

Построение модели регрессии

Совокупность компаний разбивается на 2 части. 10 организаций (АЛРОСА, Аэрофлот, Верхнесалд, ГМКНорник, МагадЭн, МТС, Ростел, СевСт, Татнфт-ап, Транснф) составляют группу компаний, на которых будет произведено тестирование полученной модели регрессии.

По остальным 206 компаниям строятся три уравнения регрессии:

$$y_1 = b_{01} + b_{11}x_1 + b_{21}x_2 + b_{31}x_3 + b_{41}x_4;$$

$$y_2 = b_{02} + b_{12}x_1 + b_{22}x_2 + b_{32}x_3 + b_{42}x_4;$$

$$y_3 = b_{03} + b_{13}x_1 + b_{23}x_2 + b_{33}x_3 + b_{43}x_4.$$

Здесь y_i , $i = 1, 2, 3$ – три параметра распределения `ggnpopt` (формы, положения, масштаба соответственно);

x_i , $i = 1, 2, 3, 4$ – соответственно первый, второй, третий и четвертый начальные моменты, оцененные по выборкам логдоходности компаний.

В эту группу вошли компании: "Абраудюрсо", "АвиастКао", "Автоваз", "Автоваз-ап", "Акрон", "Аптеки 36и 6", "Армада", "Арсасера", "АстрЭнСб", "АшинскийМЗ", "БанкМосквы", "БашИнСв", "Башнефт", "Башнефт-ап", "Белон", "БСП", "Бурзолото", "ВЕ-РОФАРМ", "Возрожд", "Возрожд-п", "ВолгЭнСб", "ВолгЭнСб-ап", "ВостРАО", "ВостРАО-ап", "ВТБ", "ВТГК", "ВХЗ", "ВЭК_01", "ГАЗ", "Газпрнефть", "Газпром", "Галс_Девел", "ГУМ", "ДагСб", "ДВМП", "Дорогбж", "Дорогбж-ап", "ДЭК", "ЗаводДИОД", "ЗИЛ", "ЗМЗ", "ЗМЗ-ап", "ИнтерРАО", "Интурал 2", "ИРКУТ_3", "ИркЭнерго", "ИСКЧ", "КалужскСК", "КАМАЗ", "КамчатЭ", "КамчатЭ-ап", "КМЗ", "Континент", "КоршГОК", "КраснГЭС", "КрасОкт", "КрасОкт_1", "КрасЭб", "Красэсб", "КСБ", "КСБ-ап", "КубаньЭнСб", "Кубанэнерг", "Кузбасэнрг", "КузбТК", "КузнецкийБ", "Лензолото", "Лензол-ап", "Лента", "Ленэнерго", "Ленэнерг-п", "ЛСР", "Лукойл", "МагадЭн-ап", "Магнит", "Магнит-ао", "МВидео", "МГТС_4", "МГТС_5", "Мегион", "Мегтон-ап", "Мечел", "Мечел-ап", "ММК", "МордЭнСб", "Мосбиржа", "МосОблБанк", "Мостотрест", "Мосэнерго", "МосЭС", "МоЭСК", "МРСКВол", "МРСКСЗ", "МРСК-Сиб", "МРСКСК", "МРСКУр", "МРСКЦентр", "МРСКЦП", "МРСКЮга", "Нижкамшина", "НКНХ", "НКНХ-ап", "НЛМК", "НМТП", "Новатэк", "ОГК_2", "ОГК_5", "ОМЗ", "ОМЗ-ап", "ОПИН", "ОргСинт", "ОргСинт-ап", "ПАВА", "ПермьЭнС", "ПермьЭнСб", "ПИК", "ПМП", "ПолюсЗолот", "Проекти", "ПРОТЕК", "Разгуляй", "Распадская", "РБК", "РБК_ИС", "Росбанк", "РОСИНТЕР", "Роснефть", "Россети", "Россети-ап", "Ростел-ап", "РостовЭс", "РостовЭс-п", "РусГидро", "Русгрэйн", "Русолово", "Русполимет", "РязЭнСб", "СамарЭн", "СаратНПЗ-п", "СаратЭн", "СаратЭн-ап", "Сбербанк", "Сбербанк-п", "СвмарЭн-ап", "Селигдар", "Селигдар-п", "СибТлк", "СибТлк-ап", "Синэрг", "Система", "Слав-ЯНОС-п", "Славян-ЯНОС", "СМЗ", "СтаврЭнСб", "СтаврЭнСпб", "СОЛЛЕРС", "Сургнфгз", "Сургнфгз-п", "ТамбЭнСб", "ТамбЭнСб-п", "Татнфт_3", "Татнфт-ао", "ТатнфтЗап", "ТАТТАЛ", "Таттел", "ТГК", "ТГК_1", "ТГК_2", "ТГК_5", "ТГК_6", "ТГК_9", "ТГК_14", "Телеграф", "Телеграф-п", "ТЗА", "ТКСМ", "ТМК", "ТомскРП-ап", "Транск", "УАЗ", "УралСви", "УралСви-ап", "УралСиб", "Уркалий", "Уркузница", "Фармсинтз", "ФармСтанд", "ФосАгро", "ФСКЕЭС", "Химпром", "ЦМТ", "ЦМТ-ап", "ЧелябЭС", "ЧелябЭС-ап", "ЧеркизГ", "Черкизг-ао", "ЧМК", "ЧТПЗ", "ЧЦЗ", "Электрцинк", "ЭнелРос", "ЭнергияРКК", "Южкузб", "Ютэйр", "ЯкутскЭн", "ЯкутскЭнерг". Результаты расчета уравнений регрессии:

– для параметра y_1 : фактор x_3 не значим;

– для параметра y_2 : факторы x_2 и x_4 не значимы;

– для параметра y_3 : фактор x_3 не значим.

Результаты расчета после исключения незначимых факторов:

$$y_1 = 0,4347 + 1,4483x_1 + 3,339x_2 - 0,784x_4$$

(0,025) (0,369) (0,157) (0,046)

$$y_2 = -0,00845 + 1,27657x_1 - 0,2018x_3$$

(0,0015) (0,0667) (0,0245)

$$y_3 = -0,2256 + 1,2208x_1 + 3,3766x_2 - 0,6856x_4$$

$$(0,019) \quad (0,281) \quad (0,119) \quad (0,035)$$

Использование модели

Для новых компаний закон распределения логдоходности строится с использованием полученных уравнений регрессии. В качестве исходных данных модели используются начальные моменты распределений логдоходности компаний.

Критерий проверки согласия

Для компаний, выбранных для тестирования модели, были рассчитаны параметры распределения genpopt. Ниже несколькими методами анализируются результаты подгонки (рис. 6, 7).

1. Графики гистограммы выборки и плотности распределения genpopt с параметрами, рассчитанными по модели.

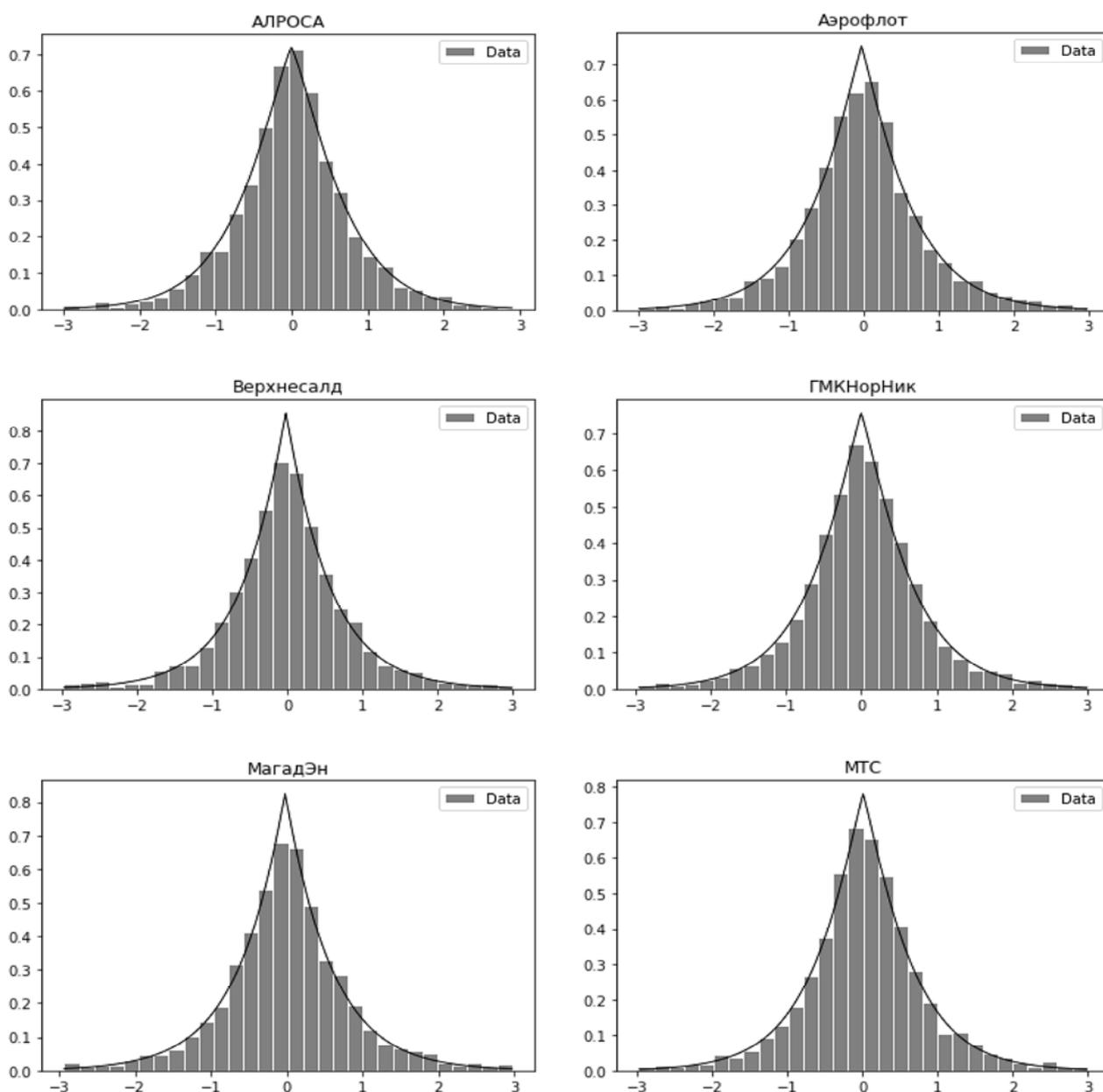


Рис. 6. Результаты подгонки для 10 компаний

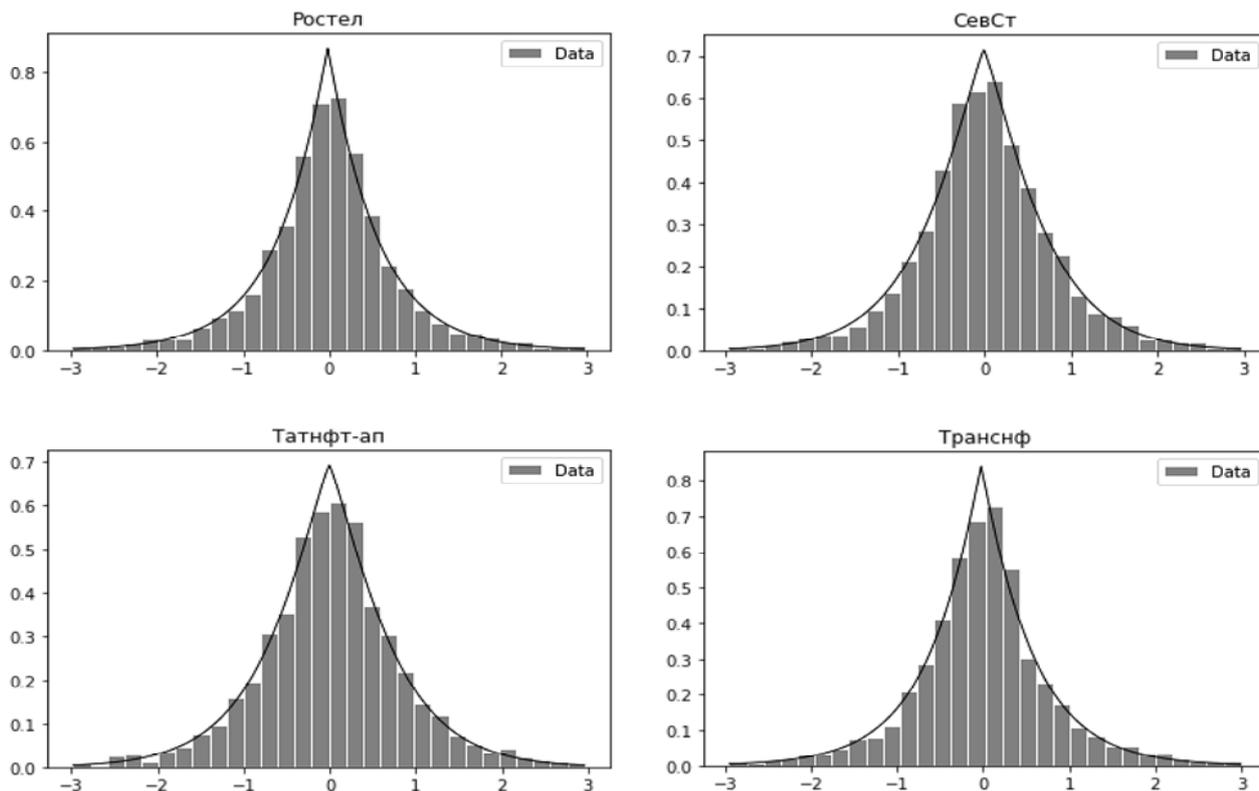


Рис. 6. Результаты подгонки для 10 компаний (продолжение)

2. Графики "Квантиль-Квантиль" ("Q-Q"-графики).

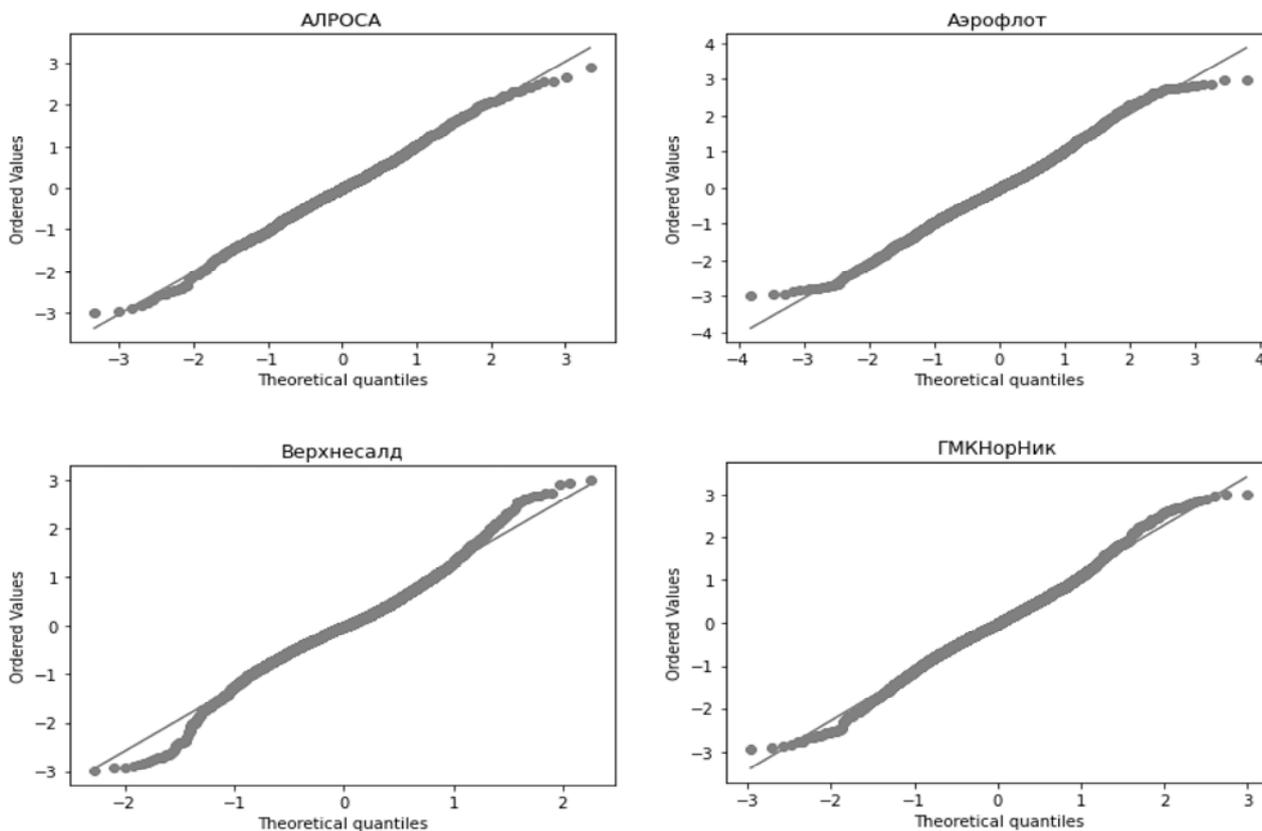


Рис. 7. "Q-Q"-графики для 10 компаний

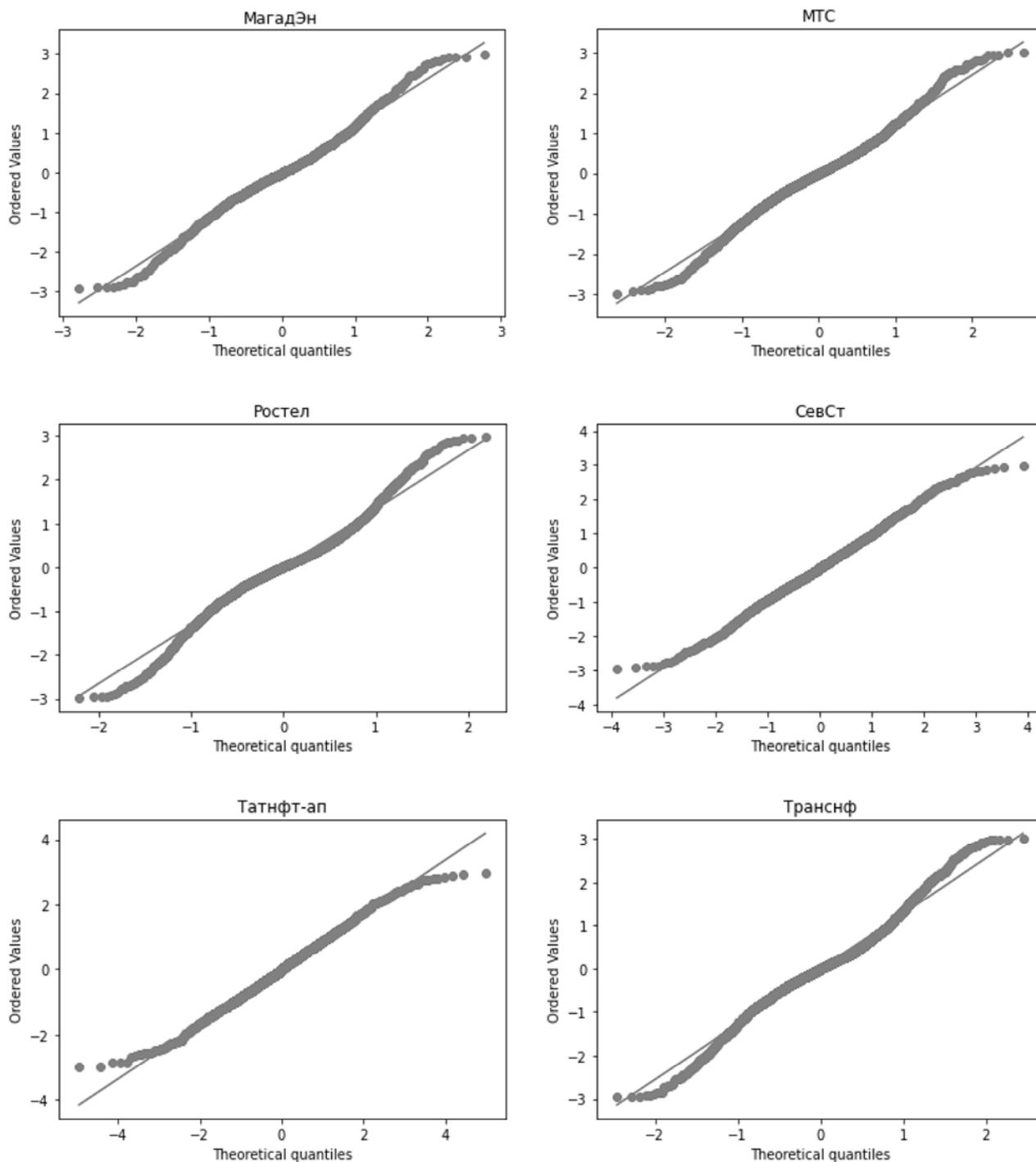


Рис. 7. "Q-Q"-графики для 10 компаний (продолжение)

"Q-Q"-графики демонстрируют хорошее согласие эмпирического и гипотетического распределений во всей области, за исключением хвостов распределений. Объемы выборок, доступные для обработки, и используемые в данной работе, недостаточны для построения модели распределения на хвостах.

3. Результаты проверки гипотезы о согласии. Ниже приведены результаты проверки гипотезы о согласии выборок 10 компаний с построенному для них законом $gen-pom$. Для проверки сложной гипотезы о согласии с законом, параметры которого оценивались по выборке, использовался критерий типа Лиллиефорса [12]. В качестве статистики критерия использовалась статистика:

$$D_n = \sup_x |F_n^*(x) - F(x)|$$

критерия Колмогорова. Оценка функции распределения статистики критерия вычислялась путем генерирования достаточного большого числа (10000) выборок. Для гипотезы $H_0: F(x) = F_{gennorm}(x)$ при альтернативе $H_1: F(x) \neq F_{gennorm}(x)$ были получены следующие значения достигаемого уровня значимости p -value.

"Аэрофлот", p -value = 0,202; "Верхнесалд", p -value = 0,611; "ГМКНорНик", p -value = 0,25; "МагадЭн", p -value = 0,273; "МТС", p -value = 0,881; "Ростел", p -value = 0,567; "СевСт", p -value = 0,045; "Татнфт-ап", p -value = 0,39; "Трансф", p -value = 0,017.

На уровне значимости 0,05 гипотеза о согласии отклоняется для двух компаний, "СевСт" и "Трансф". Для остальных семи компаний на 20%-м уровне значимости нет оснований для отклонения нулевой гипотезы.

Заключение

Используя данные о дневных котировках акций 216 российских компаний, построены уравнения регрессии для зависимости параметров обобщенного нормального закона от первых четырех начальных моментов выборки логдоходности компании.

Построенная модель использована для подгонки распределения выборки обобщенным нормальным законом. Для большинства выбранных для тестирования компаний гипотеза о согласии законов распределения выборки и гипотетического закона была принята на 20%-м уровне значимости.

Результаты исследования могут быть использованы для оценки текущего портфеля ценных бумаг инвестора и принятию новых инвестиционных решений.

Список литературы

- [1] Do M., Vetterli M. Wavelet-based Texture Retrieval Using Generalised Gaussian Density and Kullback-Leibler Distance. *Transaction on Image Processing*. 2002, no 11(2), pp. 146–158.
- [2] Dytso A., Bustin R., Poor H., Shamai S. Analytical properties of generalized Gaussian distributions. *Journal of Statistical Distributions and Applications*. 2018, no 5(1).
- [3] Mantegna R., Stanley H. An Introduction to Econophysics, Correlations and Complexity in Finance. Cambridge University Press. 2000.
- [4] Nadarajah S. A generalized normal distribution. *Journal of Applied Statistics*. 2005, no 32(7), pp. 685–694.
- [5] Sharifi K., Leon-Garcia A. Estimation of shape parameter for generalized Gaussian distribution in subband decomposition of video. *IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology*. 1995, vol 5, no. 1, pp. 52–56.
- [6] Sinz F., Gerwinn S., Bethge M. Characterization of the p-Generalized Normal Distribution. *Journal of Multivariate Analysis*. 2009, no 100(5), pp. 817–820.
- [7] Varanasi M.K., Aazhang B. Parametric generalized Gaussian density estimation. *Journal of the Acoustical Society of America*. 1989, no 86(4), pp. 1404–1415.
- [8] West K.D., Edison H.J., Cho D.A. Utility-based comparison of some models of exchange rate volatility. *Journal of International Economics*. 1993, no 35.
- [9] Баканач О.В., Данилин Д.С. Статистический анализ доходности и риска инвестиций в акции российских компаний // Интеллект. Инновации. Инвестиции. 2016. № 12. С. 24–29.
- [10] Дмитриева Л.А., Куперин Ю.А., Сорока И. Исследование динамики фондовых рынков нейросетевыми методами // NovalInfo.Ru. 2010. № 1. С. 109–125.

- [11] Корнев В.М., Данилин Д.С. Моделирование и прогнозирование волатильности бескупонной доходности по однолетним ГКО ОФЗ // Вестник Самарского государственного экономического университета. 2016. № 6(140). С. 112–118.
- [12] Криволапов С.Я., Глебов В.И. Применение метода статистического моделирования для проверки сложных статистических гипотез. Цифровизация математики в вузе. Монография / Борисова, Л.Р., Бывшев В.А., Владова А.Ю. и др.; под. ред. С.А. Зададаева. Прометей, 2021. С 159–176.
- [13] Цыпин А.П. Сравнительный статистический анализ динамики индексов Доу Джонса и ММВБ // Системное управление. 2016. № 1(30). С. 46–55.
- [14] Шагиев З.И. Модель формирования портфеля ценных бумаг с учетом особенностей российского фондового рынка // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. 2012. № 12(48). С. 1–16.

References

- [1] Do M., Vetterli M. Wavelet-based Texture Retrieval Using Generalised Gaussian Density and Kullback-Leibler Distance. *Transaction on Image Processing*. 2002, no 11(2), pp. 146–158.
- [2] Dytso A., Bustin R., Poor H., Shamai S. Analytical properties of generalized Gaussian distributions. *Journal of Statistical Distributions and Applications*. 2018, no 5(1).
- [3] Mantegna R., Stanley H. An Introduction to Econophysics, Correlations and Complexity in Finance. Cambridge University Press. 2000.
- [4] Nadarajah S. A generalized normal distribution. *Journal of Applied Statistics*. 2005, no 32(7), pp. 685–694.
- [5] Sharifi K., Leon-Garcia A. Estimation of shape parameter for generalized Gaussian distribution in subband decomposition of video. *IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology*. 1995, vol 5, no. 1, pp. 52–56.
- [6] Sinz F., Gerwinn S., Bethge M. Characterization of the p-Generalized Normal Distribution. *Journal of Multivariate Analysis*. 2009, no 100(5), pp. 817–820.
- [7] Varanasi M.K., Aazhang B. Parametric generalized Gaussian density estimation. *Journal of the Acoustical Society of America*. 1989, no 86(4), pp. 1404–1415.
- [8] West K.D., Edison H.J., Cho D.A. Utility-based comparison of some models of exchange rate volatility. *Journal of International Economics*. 1993, no 35.
- [9] Bakanach O.V., Danilin D.S. Statistical analysis of the profitability and risk of investments in shares of Russian companies. *Intellect. Innovation. Investments*. 2016, no. 12, pp. 24–29.
- [10] Dmitrieva L.A., Kuperin Yu.A., Soroka I. Study of stock market dynamics using neural network methods. *NovalInfo.Ru*. 2010, no. 1, pp. 109–125.
- [11] Kornev V.M., Danilin D.S. Modeling and forecasting the volatility of zero-coupon yield on one-year GKO OFZ. *Bulletin of the Samara State University of Economics*. 2016, no. 6(140), pp. 112–118.
- [12] Krivolapov S.Ya., Glebov V.I. Application of the statistical modeling method to test complex statistical hypotheses. Digitalization of mathematics at the university. Monograph / Borisova, L.R., Byvshev V.A., Vladova A.Yu. and others; under. ed. S.A. Zadadaeva. Prometheus, 2021. pp. 159–176.
- [13] Tsypin A.P. Comparative statistical analysis of the dynamics of the Dow Jones and MICEX indices. *System Management*. 2016, no. 1(30), pp. 46–55.
- [14] Shagiev Z.I. A model for the formation of a securities portfolio taking into account the peculiarities of the Russian stock market. *Management of economic systems: electronic scientific journal*. 2012, no. 12(48), pp. 1–16.

УДК 519.226.3

DOI: 10.36871/2618-9976.2022.04.003

ИНТЕРПРЕТАЦИИ РЕАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ И ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ БАЙЕСОВСКОГО ПОДХОДА

Звягин Л.С.¹

¹ Кандидат экономических наук, доцент, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, доцент кафедры "Системный анализ в экономике", Москва, Россия, e-mail: sdmif@yandex.ru

ИНФОРМАЦИЯ

Ключевые слова:

байесовский подход
моделирование
анализ
процессы и алгоритмы
априорные распределения
генеральная совокупность

АННОТАЦИЯ

Интерпретации реальных параметров модели является основной отличительной чертой байесовского подхода от классических методов, которые утверждают что случайны не параметры, а их оценки, представляющие собой функции наблюдения, включающие элементы случайности. В отличие от них байесовские методы утверждают, что случайность параметров является свойством реального мира а также то, что каждый физический объект подвержен постоянным случайным вариациям. На основании байесовского подхода оценки данных параметров не случайны, поэтому их следует вычислять. Примером таких оценок является среднее значение случайной величины. Теорема Байеса широко применяется для решения множества статистических задач, а байесовский подход необходим для того, чтобы сделать правильные выводы о параметрах полученной на основе выборочных данных эконометрической модели.

INTERPRETATIONS OF THE REAL PARAMETERS OF THE MODEL AND FEATURES OF MODELING USING THE BAYESIAN APPROACH

Zvyagin L.S.¹

¹ Candidate of Economic Sciences, Associate Professor, Financial University under the Government of the Russian Federation, Associate professor of the Department "System analysis in economics", Moscow, Russia, e-mail: sdmif@yandex.ru

ARTICLE INFO

Keywords:

Bayesian approach
Modeling
Analysis
Processes and algorithms
A priori distributions
General population

ABSTRACT

Interpretation of the real parameters of the model is the main distinguishing feature of the Bayesian approach from the classical methods, which claim that it is not the parameters that are random, but their estimates, which are observation functions that include elements of randomness. In contrast, Bayesian methods claim that the randomness of parameters is a property of the real world, as well as the fact that every physical object is subject to constant random variations. Based on the Bayesian approach, the estimates of these parameters are not random, so they should be calculated. An example of such estimates is the average value of a random variable. Bayes' theorem is widely used to solve many statistical problems, and the Bayesian approach is necessary in order to draw correct conclusions about the parameters of the econometric model obtained on the basis of sample data.

Введение

В процессе теоретических и экспериментальных эконометрических исследований часто используется байесовский подход. Особенно он популярен при обработке числовой информации. Преимущество данного метода перед классическими заключается в более высокой степени точности статистических выводов в тех случаях, когда объемы выборок не сильно велики. Как правило, в эконометрических исследованиях используются именно такие выборки.

На основании принятой гипотезе о случайности параметров модели применяется теорема Байеса. Основная идея байесовского подхода заключается в том, что при объединении априорной функции плотности распределения вероятностей набора параметров с помощью теоремы Байеса, можно получить апостериорную функцию плотности распределения.

Как уже говорилось выше, байесовский подход применим к выборкам небольших размеров. Если же выборку увеличить, то результаты будут близки к полученным классическими методами.

В наше время процесс эконометрического анализа затрагивает социально-экономические системы высокой сложности с большой степенью неопределенности. По этой причине необходимо вводить понятия, описывающие эту неопределенность, такие как субъективная вероятность и расплывчатое множество.

Данный подход отличается отлично разработанными инструментами для анализа влияния выборочных данных на априорное представление об исследуемом объекте.

Теорема Байеса, всем известна из теории вероятностей. Формулируется она следующим образом:

Пусть имеется n несовместных событий H_1, H_2, \dots, H_n . События H_1, H_2, \dots, H_n считаются несовместными, если они не могут произойти вместе (можно еще сказать, что вероятности их совместного наступления нулевые).

Вероятности событий H_1, H_2, \dots, H_n : $P(H_1), P(H_2), \dots, P(H_n)$ соответственно, при этом $P(H_1) + P(H_2) + \dots + P(H_n) = 1$. В этом случае события H_1, H_2, \dots, H_n образуют полную группу событий, при этом одно из них происходит обязательно. Допустим, с событиями H_1, H_2, \dots, H_n имеет взаимосвязь еще одно событие E с известными вероятностями. При этом должно соблюдаться условие появления какого-нибудь из событий H_1, H_2, \dots, H_n :

$$P(E|H_1), P(E|H_2), \dots, P(E|H_n).$$

Допустим, событие E произошло. Тогда вероятность появления какого-нибудь из событий $H_i (i = 1, \dots, n)$ рассчитывается по следующей формуле (формула Байеса):

$$P(H|E) = \frac{P(E|H)P(H)}{P(E)}.$$

События H_1, H_2, \dots, H_n являются гипотезами, а событие E – свидетельством. Вероятности гипотез $P(H_i)$ без учета свидетельства (т.е. без учета появления события E) называются доопытными или априорными, а вероятности $P(EH_i)$ – после опытные или апостериорными. Величина $P(EH_i)$ является совместной вероятностью одновре-

менного появления событий E . Величина $P(E)$ является полной или безусловной вероятностью события E .

1. Суть байесовского подхода

Формула Байеса дает возможность максимально точно вычислять вероятность гипотез с учетом появления новой информации, т.е. данных о событиях (свидетельствах), подтверждающих или опровергающих гипотезу.

Вероятности $P(H_i)$ и $P(E|H_i)$ находят на основании статистических данных. При этом применяются формулы теории вероятностей.

Ниже приведены основные такие формулы.

Пусть события A и B независимы. Вероятности появления каждого из них соответственно равны $P(A)$ и $P(B)$. Вероятность появления обоих событий находится по формуле умножения вероятностей:

$$P(AB) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B),$$

$P(B|A)$ – условная вероятность события B , т.е. вероятность события B при условии появления события A ;

$P(A|B)$ – условная вероятность события A , т.е. вероятность события A при условии, что произошло событие B .

События A и B являются независимыми, если вероятность появления одного события не влияет на появление другого события. В этом случае формулу умножения вероятностей можно записать так:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Вероятность одновременного появления нескольких событий вычисляются по формуле:

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1) P(A_2|A_1) P(A_3|A_1, A_2) \dots P(A_n|A_1, A_2, \dots, A_{n-1}).$$

Вероятность появления хотя бы одного события находят по формуле сложения вероятностей:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

События A и B являются несовместными, если они не могут произойти одновременно. В этом случае $P(AB) = 0$, а формулу сложения вероятностей записывают так:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Формула сложения вероятностей для нескольких событий обычно записывается следующим образом:

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1 - P(\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \dots + \bar{A}_n).$$

Рассмотрим пример использования Байесовского подхода. Пусть, в описании модели задействован многомерный параметр $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_s)^T$, а целью анализа будет нахождение лучшей оценки этого параметра Θ по некоторым наблюдениям $\bar{X}_i = (X_i^{(1)}, X_i^{(2)}, \dots, X_i^{(k)})^T$ где $i = 1, 2, \dots, n$.

В общем виде суть байесовского подхода заключается в том, что возрастание уверенности в каком-нибудь событии (например, рост вычисляемого числового значения параметра) происходит в процессе увеличения информации об этом событии.

Этому есть подтверждение: ведь с увеличением объема выборки n , на основе которой строится оценка Θ , поступает больше информации об этом параметре. Соответственно утверждение относительно этого параметра будет максимально приближаться к истинному.

Существуют веские причины, по которым для этого используется именно байесовский подход. В первую очередь степень уверенности в истинности исследуемого события выражается в терминах вероятности. Кроме этого аналитиками используется в качестве исходных данных как априорная, так и апостериорная информация.

Представление априорных данных выполняется в виде априорных распределений вероятностей исследуемых неизвестных параметров, которые характеризуют степени уверенности в принятии параметрами определенных значений, до начала сбора статистических данных. При поступлении статистических данных, полученное априорное распределение пересчитывается становясь апостериорным, с помощью формулы Байеса:

$$P\{A_i|B\} = \frac{P\{A_i\} \cdot P\{B|A_i\}}{\sum_{j=1}^N P\{A_j\} \cdot P\{B|A_j\}}$$

С помощью данной формулы находится условная вероятность определенного события A_i по его безусловной вероятности, а так же с помощью условных вероятностей $P\{B|A_i\}$; $j = 1, 2, \dots, n$. События A_1, A_2, \dots, A_N представляют собой полный состав событий, а вероятность появления события должна быть больше нуля.

В общем виде схема байесовского подхода к оценке значений неизвестных параметров модели изображена на [рисунке 1](#).



Рис. 1. Обобщенная схема байесовского подхода при статистических оценках

Первый этап посвящен сбору априорных сведений о некотором неизвестном параметре Θ , основанием для которых является предыдущая история функционирования анализируемого процесса. Учитываются особенности этого процесса, его характеристики и иная информация. Представляются априорные сведения в виде функции $\rho(\Theta)$, с помощью которой можно представить априорные распределения параметра

и интерпретировать как вероятности принятия этим параметром значения Θ , в случае его дискретности или вероятности нахождения функции плотности распределения в точке Θ в случае непрерывности параметра Θ .

Второй этап подразумевает сбор статистических данных X_1, X_2, \dots, X_n , закон распределения которых имеет вид $f(X|\Theta)$, где $f(X|\Theta) = p$ – значение функции плотности анализируемой случайной величины $\xi = (\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(k)})^T$ в точке X в том случае, если величина ξ непрерывная или вероятность, $p\{\xi = X|\Theta\}$ если величина ξ дискретная. Следует обратить внимание, что наблюдения X_1, X_2, \dots, X_n являются статистически вазимонезависимыми, и выборка, состоящая из определенной совокупности значений, образованная ими, случайна. После получения статистической информации, к тем априорным сведениям об анализируемом параметре, которые уже имеются, добавляется выборочная (эмпирическая) информация.

Далее следует найти функцию правдоподобия $L(X_1, \dots, X_n|\Theta)$ имеющихся данных:

$$L(X_1, X_2, \dots, X_n|\Theta) = f(X_1|\Theta) \cdot f(X_2|\Theta) \cdot \dots \cdot f(X_n|\Theta).$$

Третий этап связан с вычислением апостериорного распределения $\tilde{p} = (\Theta|X_1, \dots, X_n)$ по формуле Байеса. В качестве события A здесь выступает равенство значения оцениваемого параметра значению Θ , а в качестве события B – фиксация значений n наблюдений на уровнях X_1, X_2, \dots, X_n .

На основании всего этого получаем:

$$\tilde{p} = (\Theta|X_1, \dots, X_n) = \frac{p(\Theta) \cdot L(X_1, \dots, X_n|\Theta)}{\int L(X_1, \dots, X_n|\Theta) \cdot p(\Theta) d\Theta}.$$

На четвертом этапе строятся точечные и интервальные оценки, основанные на применении знания апостериорного распределения $\tilde{p} = (\Theta|X_1, \dots, X_n)$, которое задано вышеописанным соотношением. Для байесовских точечных оценок применяют средние или модальные значения этого распределения:

$$\hat{\Theta}_{cp}^{(B)} = E(\Theta|X_1, \dots, X_n) = \int \Theta \tilde{p}(\Theta|X_1, \dots, X_n) \cdot d\Theta,$$

$$\hat{\Theta}_{MOD}^{(B)} = \arg \max_{\Theta} \tilde{p}(\Theta|X_1, \dots, X_n).$$

Оценка $\hat{\Theta}_{cp}^{(B)}$ имеет одно важное оптимальное свойство. Если $\Theta(X_1, \dots, X_n)$ является любой оценкой параметра Θ , и качество всех оценок $\Theta(X_1, \dots, X_n)$ будет измеряться апостериорными байесовскими рисками:

$$R^{(B)}(X_1, \dots, X_n) = E(\hat{\Theta}(X_1, \dots, X_n) - \hat{\Theta}^{(B)}(X_1, \dots, X_n))^2 = \int (\hat{\Theta}(X_1, \dots, X_n) - \hat{\Theta}^{(B)})^2 \tilde{p}(\Theta|X_1, \dots, X_n) \cdot d\Theta.$$

или их средними $\hat{\Theta}_{cp}^{(B)}$, то байесовские оценки будут наилучшими во всех смыслах.

Для построения доверительного байесовского интервала для параметра Θ следует найти функцию $\bar{p}(\Theta | X_1, \dots, X_n)$ апостериорного закона распределения величины Θ , после чего посредством некоторой доверительной вероятности P_0 оценить:

$$100 \cdot \frac{1 + P_0}{2} \text{ и } 100 \cdot \frac{1 - P_0}{2}.$$

Полученные значения – это границы доверительного интервала.

Основанием байесовского подхода к классификации является теорема, согласно которой, при известных плотностях распределения каждого класса можно искомым алгоритм выписать в явной аналитической форме. Такой алгоритм является оптимальным, так как вероятность ошибок у него минимальная.

Однако при практических исследованиях чаще всего приходится сталкиваться с неизвестными плотностями распределения классов. Тогда их оценку приходится производить по обучающей выборке. В том случае оптимальность байесовского алгоритма ставится под сомнение, потому что восстановление плотности по выборке приводит к определенным погрешностям. Небольшие выборки увеличивают шансы подогнать распределение под конкретные данные и столкнуться с эффектом переобучения.

Данный подход классификации используется очень давно, но его позиции сохраняются в теории распознавания по сей день очень прочно. На его основании создано большое количество широко используемых алгоритмов классификации.

Известны следующие байесовские методы классификации:

- наивный байесовский классификатор;
- линейный дискриминант Фишера;
- квадратичный дискриминант;
- метод парзеновского окна;
- метод радиальных базисных функций (*RBF*);
- логистическая регрессия.

Обозначим множество описаний объектов как X , а множество номеров (или названий) классов – как Y . На множестве пар "объект, класс" $X \times Y$ определена вероятностная мера. Конечная обучающая выборка независимых наблюдений, которые получены в соответствии с вероятностной мерой P , имеет вид:

$$X^m = \{(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)\}.$$

Основной задачей классификации является построение алгоритма $a: X \rightarrow Y$, с помощью которого можно классифицировать какой-либо произвольный объект $X \in Y$.

Данная задача в байесовской теории классификации эта имеет две подзадачи:

1. Создание оптимального классификатора в том случае, если плотности классов известны.

Пусть априорная вероятность появления объекта класса y для каждого $y \in Y$ равна P_y . Плотности распределения каждого класса, которые также называются функциями правдоподобия классов, также известны. Необходимо разработать алгоритм классификации $\sigma(x)$, доставляющий минимальное значение функционалу среднего риска.

Средний риск рассчитывается как математическое ожидание ошибки:

$$R(a) = \sum_{y \in Y} \sum_{s \in Y} \lambda_y P_y P_{(x,y)} \{a(x) = s | y\},$$

где λ_y — цена ошибки или штраф за отнесение объекта класса к какому-либо другому классу.

Теорема. Решение поставленной задачи представляет собой алгоритм:

$$a(x) = \arg \max_{y \in Y} \lambda_y P_y p_y(x).$$

Значение $P\{y|x\} = P_y p_y(x)$ интерпретируется как апостериорная вероятность того, что объект x принадлежит классу y .

При равной значимости классов, $\lambda_y P_y = \text{const}(y)$, объект следует отнести к классу с максимальным значением плотности распределения в точке x .

2. Восстановление плотностей классов по существующей обучающей выборке.

Данная подзадача является самой сложной в данном подходе к классификации.

По заданной подвыборке объектов класса y необходимо построить эмпирические оценки априорных вероятностей P_y и функций правдоподобия $p_y(x)$.

Чтобы оценить априорные вероятности выбирается доля объектов определенного класса в обучающей выборке.

Для решения данной задачи используется один из трех подходов:

- параметрический;
- непараметрический;
- разделение смеси вероятностных распределений.

Результатом параметрического восстановления плотности, если дополнительно еще и предположить нормальность плотностей является нормальный дискриминантный анализ и линейный дискриминант Фишера.

Следствием непараметрического восстановления плотности является метод парзеновского окна.

Разделение смеси распределений можно выполнить посредством EM-алгоритма. Кроме этого, можно предположить, что плотности компонент смеси представляют собой радиальные функции. В этом случае результатом будет метод радиальных базисных функций. Чаще всего компоненты смеси – это также гауссовские плотности.

Из всего сказанного выше можно сделать вывод о том, что формула байесовского классификатора дает значительное разнообразие байесовских алгоритмов, который различаются только способом восстановления плотностей.

2. Априорные распределения, сопряженные с наблюдаемыми генеральными совокупностями

Если удастся решить три проблемы байесовского подхода, то огромное значение имеет распределение, которое сопряжено с наблюдаемой генеральной совокупностью.

Сопряженными относительно наблюдаемых генеральных совокупностей $f(X|\Theta)$ (или относительно к функции правдоподобия $L(X_1, \dots, X_n|\Theta)$), при апостериорном распределении – $\tilde{p}(\Theta|X_1, \dots, X_n)$ называют семейства априорных распределений $G = \{p(\Theta; D)\}$, вычисленные по формуле:

$$\tilde{p}(\Theta|X_1, \dots, X_n) = \frac{p(\Theta) \cdot L(X_1, \dots, X_n|\Theta)}{\int L(X_1, \dots, X_n|\Theta) \cdot \tilde{p}(\Theta) d\Theta}$$

которые снова принадлежат этому семейству G . т.е. семейство G является сопряженным с $L(X_1, \dots, X_n | \Theta)$, в случае его замкнутости относительно операций пересчета распределения в апостериорное. Поэтому, применение вероятностей в виде априорных законов распределений, которые сопряжены относительно L , решает проблему трудностей реализации формулы, представленной выше. Так как общий вид закона распределения вероятностей в таком случае будет известным, останется только пересчитать значения его параметров D во время перехода от априори к апостериори.

Чаще всего, применение сопряженных законов распределения вероятностей для априорной информации, является целесообразным и вполне оправдано, позволяя ответить на вопрос о выборе общего вида априорного распределения оцениваемого неизвестного параметра $p(\Theta; D)$.

Остается выяснить во всех ли случаях есть сопряженное относительно данной функции распределения $L(X_1, \dots, X_n | \Theta)$, и каким образом можно его найти.

Рассмотрим условие, при котором сопряженное априорное распределение существует. Если функцию правдоподобия $L(X_1, \dots, X_n | \Theta)$ можно представить, как:

$$L(X_1, \dots, X_n | \Theta) = v(T_1(X_1, \dots, X_n), \dots, T_m(X_1, \dots, X_n); \Theta) \cdot \Psi(X_1, \dots, X_n)$$

где $T_j(X_1, \dots, X_n) (j = 1, 2, \dots, m)$ и $\Psi(X_1, \dots, X_n)$ – будут некоторыми функциями от наблюдений X_1, \dots, X_n , которые не зависят от параметров Θ , то есть семейство $G = p(\Theta; D)$ сопряженных с $L(X_1, \dots, X_n | \Theta)$ априорных распределений.

3. Пересчет значений параметров для перехода от априорных сопряженных распределений к апостериорным

Из-за того, что сопряженные априорные распределения являются замкнутыми $\{p(\Theta; D)\}$ по отношению к операции пересчета в апостериорные распределения, то общая форма апостериорных распределений $\tilde{p}(X_1, \dots, X_n | \Theta)$ в этом случае будет известна. Требуется только пересчитывать параметры $\tilde{D} = (X_1, \dots, X_n)$ в этом распределении, по известным параметрам D_0 в априорном распределении и известным наблюдениям X_1, X_2, \dots, X_n .

Рассмотрим общую схему этого пересчета. Если $p(\Theta; D)$ является набором априори распределений, которые сопряжены с функцией правдоподобия $L(X_1, \dots, X_n | \Theta)$, существующих наблюдений $(D(d_1, \dots, d_q))$ является вектором параметров, определяющих сопряженное априори распределение $p(\Theta; D)$ будет заданными значениями параметров D при анализе. После нескольких тождественных преобразований, правая часть соотношения станет:

$$\tilde{p}(\Theta | X_1, \dots, X_n) \sim p(\Theta; D_0) \cdot L(X_1, \dots, X_n | \Theta)$$

и будет приведена к виду $p(\Theta; D(X_1, \dots, X_n))$, где функция $\tilde{D}(X_1, \dots, X_n)$ будет относиться к семейству, а компоненты $d_j(X_1, \dots, X_n)$ вектора $D(X_1, \dots, X_n)$ будут функцией от D_0 и X_1, X_2, \dots, X_n .

4. Примеры эконометрических задач, использующих байесовский подход

Ниже будут приведены два примера решения задач с применением байесовского подхода для решения различных эконометрических прикладных задач.

4.1. Оценка закона распределения семей в городе по величине средней заработной платы

Пусть необходимо проанализировать закон распределения семей в некотором городе по величине средней заработной платы η .

Пусть имеются следующие данные о рассматриваемом параметре:

1. Логарифм величины средней заработной платы η равный $\xi = \ln \eta$ имеет нормальное распределение, у него неизвестно среднее значение θ и известна дисперсия – $\sigma_0^2 = 0,28$.

2. Присутствуют результаты в количестве 10 семей по величине средней заработной платы y_i , логарифмы которых $x_i = \ln y_i$ представлены в [таблице 1](#):

Таблица 1

Выборка значений логарифма средней заработной платы

| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------|------|------|------|-----|------|-----|-----|------|-----|------|
| x_i | 0,54 | 1,20 | 0,36 | 0,8 | 0,42 | 2,1 | 0,7 | 0,25 | 0,9 | 0,48 |

3. По предыдущему опыту исследования семей в других городах имеется априорная информация среднего значения $E\theta = \theta_0 = 0,60$ и дисперсии $E\theta = \Delta_0^2 = 0,03$.

Необходимо по сопряженному априорному распределению параметра θ найти байесовские точечные и интервальные оценки среднего значения логарифма средней заработной платы и провести сравнение их с оценками, полученными методом максимального правдоподобия.

Зная, о том, что сопряженное априорное распределение подчиняется нормальному закону, а его параметры заданы – $E\theta = \theta_0 = 0,60$ и $E\theta = \Delta_0^2 = 0,03$, получим:

$$\tilde{\theta}_0 = E(\theta | X_1, \dots, X_n) = \frac{\frac{1}{\sigma_0^2/n} \cdot \bar{X} + \frac{1}{\Delta_0^2} \cdot \theta_0}{\frac{1}{\sigma_0^2/n} + \frac{1}{\Delta_0^2}} = 0,691,$$

$$\tilde{\Delta}_0^2 = D(\theta | X_1, \dots, X_n) = \left(\frac{1}{\sigma_0^2/n} + \frac{1}{\Delta_0^2} \right)^{-1} = 0,015.$$

А так же:

$$\hat{\theta}^{(B)} = E(\theta | X_1, \dots, X_n) = 0,691.$$

И с некоторой вероятностью $P_0 = 0,95$, можно сказать, что:

$$\hat{\theta}^{(B)} - u_{0,025} \cdot \tilde{\Delta}_0 < \theta < \hat{\theta}^{(B)} + u_{0,025} \cdot \tilde{\Delta}_0.$$

Учитывая то, что 2,5% точка в стандартном нормальном распределении будет – $u_{0,025} = 1,96$, а $\tilde{\Delta}_0 = \sqrt{\tilde{\Delta}_0^2} = 0,12$, получим:

$$\theta \in [0,451;0,931].$$

С вероятностью $P_0 = 0,95$.

При решении такой задачи с помощью метода максимального правдоподобия получим:

$$\hat{\theta}_{\text{МП}} = \bar{X} = 0,775 \text{ и } \theta \in [0,447;1,103].$$

С вероятностью $P_0 = 0,95$.

Доверительный интервал по данному методу вычисляется с помощью формулы:

$$\hat{\theta}_{\text{МП}} \pm u_{0,025} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}.$$

По полученным результатам видно, что включение априорных сведений об искомом значении параметра $\theta = E \ln(\eta)$ и применение байесовского подхода для решения задачи, позволяет уточнять оценки и сузить интервалы относительно классического подхода почти в 1,5 раза.

4.2. Оценка интенсивности заказов железнодорожных билетов

Рассмотрим еще одну задачу оценки интенсивности звонков, которые поступают в справочную ж/д вокзала.

Пусть количество звонков ξ , поступающих в справочную ж/д вокзала в течение десяти минут будет описываться законом распределения Пуассона с неизвестным параметром $\theta = E\xi$. Результат регистрации количества вызовов x_i в течение десяти минут за час приведен в [таблице 2](#).

Таблица 2

Распределение вызовов скорой помощи по часам

| | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| x_i | 3 | 3 | 5 | 4 | 5 | 4 |

По опыту работы справочной ж/д вокзала известной будет априорная информация о среднем значении $E\theta = \theta_0 = 3,6$, при этом случайные разбросы значений данного параметра будет характеризоваться известной априорно дисперсией $\Delta_0^2 = D\theta = 0,09$.

Необходимо с использованием сопряженного априорного распределения параметра θ получить байесовские точечные и интервальные оценки величины средней интенсивности $\theta = E\xi$ вызовов скорой помощи в течение часа и провести сравнение этих оценок с результатами применения метода максимального правдоподобия.

Сопряженные априорные распределения описываются гамма-законом, с параметрами α и β , которые определяются по системе уравнений:

$$\begin{cases} E\theta = \frac{\alpha}{\beta} = 3,6 \\ D\theta = \frac{\alpha}{\beta^2} = 0,09 \end{cases}.$$

Отсюда $\alpha = 144$ и $\beta = 40$.

По формулам пересчета параметров апостериорного гамма-распределения найдем:

$$\tilde{\alpha} = \alpha + \sum_{i=1}^n x_i = 144 + 24 = 168,$$

$$\tilde{\beta} = \beta + n = 40 + 6 = 46.$$

Поэтому:

$$\hat{\theta}^{(b)} = E(\theta | X_1, \dots, X_n) = \frac{\tilde{\alpha}}{\tilde{\beta}} = 3,65.$$

Исходя из вышеприведенных формул можно сделать утверждение, что справедливы неравенства с вероятностью: $P_0 = 0,95$:

$$\gamma_{0,975}(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}) < \theta < \gamma_{0,975}(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}),$$

$\gamma_q(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$ – стопроцентная точка гамма-распределения с параметрами $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\beta}$.

Вспользуемся формулами:

$$\gamma_q(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}) = \frac{1}{2\tilde{\beta}} \chi_q^2(2\tilde{\alpha}).$$

При $m > 100$ будет: $\chi_q^2(m) \approx m + u_q \cdot \sqrt{2m}$, в котором $\chi_q^2(m)$ и u_q – являются стопроцентными точками распределения хи-квадрат и нормального распределения, отсюда: $\theta \in [2,97; 4,03]$ с вероятностью $P_0 = 0,95$.

Решая эту же задачу по методу максимального правдоподобия получаем:

$$\theta_{МП} = \bar{x} = 3,0.$$

$$\theta \in [1,8; 4,2] \text{ с вероятностью } P_0 = 0,95.$$

Таким образом, применение априорных данных о неизвестном параметре при байесовском подходе позволяет сужать интервал оценок больше, чем вдвое.

Заключение

В процессе выполненного исследования было определено, что такое байесовский подход и как его применяют в эконометрическом анализе. Было разобрано два конкретных примера использования этого подхода – оценка интенсивности звонков в справочную ж/д вокзала и оценка закона распределения семей в городе по величине средней заработной платы. Оценки находились двумя способами – с помощью байесовского подхода и методом максимального правдоподобия. В итоге было установлено преимущество байесовского подхода, так как результаты в этом случае оказались точнее почти в два раза.

Значительное преимущество байесовских методов оценки точности перед классическими наблюдается тогда, когда объем выборки ограничен. Если количество наблюдений увеличить то результаты полученные при использовании байесовского подхода будут приближаться к результатам, полученных при применении классических методов.

Однако в процессе применения байесовского подхода на практике имеют место следующие проблемы:

1. Подборка априорного распределения оцениваемого неизвестного параметра $p(\Theta; D)$ в общем виде;
2. Выбор численных значений D_0 параметров D , которые определяют конкретное состояние априорного распределения и при выбранном общем виде $p(\Theta; D)$ в п.1.
3. Преодоление трудностей реализации формулы:

$$\tilde{p}(\Theta | X_1, \dots, X_n) = \frac{p(\Theta) \cdot L(X_1, \dots, X_n | \Theta)}{\int L(X_1, \dots, X_n | \Theta) \cdot \tilde{p}(\Theta) d\Theta},$$

при вычислении апостериорного распределения $\tilde{p}(\Theta | X_1, \dots, X_n)$.

Если получится найти способ устранения этих проблем, то байесовский подход станет идеальным методом и его можно рассматривать как идеальный метод точных оценок неизвестных параметров модели в эконометрическом анализе при ограниченных объемах выборок.

Список литературы

- [1] Айвазян С.А. Байесовский подход в эконометрическом анализе // Прикладная эконометрика. 2008. С. 93–130.
- [2] Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Теория вероятностей и прикладная статистика. Издание 2-е. М.: Юнити, 2001. 656 с. С. 224–243.
- [3] Белолипецкий А.А. Экономико-математические методы: учебник для студ. Высш. Учеб. заведений. М.: Издательский центр "Академия", 2017. 368 с.
- [4] Белотелов Н.В. Сложность. Математическое моделирование. Гуманитарный анализ: Исследование исторических, военных, социально-экономических и политических процессов / Н.В. Белотелов, Ю.И. Бродский, Ю.Н. Павловский. М.: КД Либроком, 2019. 320 с.
- [5] Васильева Л.Н. Моделирование микроэкономических процессов и систем / Л.Н. Васильева, Е.А. Деева. М.: КноРус, 2018. 320 с.
- [6] Гобатков С.А., Полупанов Д.В., Фархиева С.А. Обобщение метода вложенных математических моделей на основе байесовского подхода к регуляризации задач

нейросетевого моделирования налогового и финансового контроля // Всероссийская научно-техническая конференция "Нейроинформатика-2010": сборник научных трудов: в 2-х ч. М.: НИЯУ МИФИ, 2010. Ч. 2. С. 228–236.

- [7] Згуровский М.З. Методы построения байесовских сетей на основе оценочных функций / М.З. Згуровский, П.И. Бидюк, А.Н. Терентьев // Кибернетика и системный анализ. 2009. № 2. С. 81–88.
- [8] Зельнер А. Байесовские методы в эконометрике / пер. с англ. М.: Статистика, 1980. С. 133–198.
- [9] Соколов Б.В. Концептуальные основы оценивания и анализа качества моделей и полимодальных комплексов / Б.В. Соколов, Р.М. Юсупов // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2004. – № 6. – С. 5–16.
- [10] Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении: учеб. пособие. 2-е изд., испр. М.: Дело, 2017 – 265 с.

References

- [1] Ayvazyan S.A. Bayesian approach in econometric analysis. *Applied Econometrics*. 2008, pp. 93–130.
- [2] Ayvazyan S.A., Mkhitaryan V.S. Probability theory and applied statistics. Edition 2nd. М.: Unity, 2001. 656 p., pp. 224–243.
- [3] Belolipetsky A.A. Economic and mathematical methods: a textbook for students. Higher Proc. Institutions. М.: Publishing Center "Academy", 2017. 368 p.
- [4] Belotelov N.V. Complexity. Mathematical modeling. Humanitarian analysis: Research of historical, military, socio-economic and political processes / N.V. Belotelov, Yu.I. Brodsky, Yu.N. Pavlovsky. М.: KD Librokom, 2019. 320 p.
- [5] Vasilyeva L.N. Modeling of microeconomic processes and systems / L.N. Vasilyeva, E.A. Deeva. М.: KnoRus, 2018. 320 p.
- [6] Gobatkov S.A., Polupanov D.V., Farhieva S.A. Generalization of the method of nested mathematical models based on the Bayesian approach to the regularization of problems of neural network modeling of tax and financial control // All-Russian scientific and technical conference "Neuroinformatics-2010": collection of scientific papers: in 2 parts. М.: NRNU MEPhI, 2010. Part 2. pp. 228–236.
- [7] Zgurovsky M.Z. Methods for constructing Bayesian networks based on evaluation functions / M.Z. Zgurovsky, P.I. Bidyuk, A.N. Terentiev. *Cybernetics and System Analysis*. 2009, no. 2, pp. 81–88.
- [8] Zelner A. Bayesian methods in econometrics. Per. from English. М.: Statistics, 1980. pp. 133–198.
- [9] Sokolov B.V. Conceptual bases of evaluation and analysis of the quality of models and polymodal complexes / B.V. Sokolov, R.M. Yusupov. *Izvestiya RAN. Theory and control systems*. 2004, no. 6, pp. 5–16.
- [10] Shikin E.V., Chkhartishvili A.G. Mathematical methods and models in management: textbook. allowance. 2nd ed., rev. М.: Delo, 2017. 265 p.

ИЗМЕРЕНИЕ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ЦЕНУ АКЦИИ, В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ НА ОСНОВЕ БАЙЕСОВСКИХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Сергеев А.В.¹

¹ Аспирант, Финансовый университет, Москва, Россия, e-mail: bdfi2016@yandex.ru

ИНФОРМАЦИЯ

Ключевые слова:

дерево факторов
регуляризирующий байесовский подход
стоимость акций
фондовый рынок

АННОТАЦИЯ

В статье рассматриваются аспекты практического применения регуляризирующего байесовского подхода в программной среде "Инфоаналитик". Для расчета выбран объект – стоимость ценной бумаги, как сложная динамическая система. Проведена систематизация влияющих факторов для подуровня внешнее окружение для ценной бумаги. Выделен отдельный подуровень – состояние фондового рынка. Систематизированы факторы, составлена иерархическая система. На основании собранных данных проведен расчет. Составлены динамические модели. Продемонстрировано использование регуляризирующего байесовского подхода в программной среде "Инфоаналитик".

MEASURING THE FACTORS AFFECTING THE STOCK PRICE UNDER UNCERTAINTY BASED ON BAYESIAN INTELLIGENT TECHNOLOGIES

Sergeev A.V.¹

¹ Graduate student, Financial university, Moscow, Russia, e-mail: bdfi2016@yandex.ru

ARTICLE INFO

Keywords:

Factor tree
Regularizing Bayesian approach
Stock price
Stock market

ABSTRACT

The article discusses aspects of the practical application of the regularizing Bayesian approach in the Infoanalyst software environment. For the calculation, an object was chosen – the value of a security, as a complex dynamic system. The systematization of the influencing factors for the sublevel of the external environment for a security has been carried out. A separate sublevel is singled out – the state of the stock market. The factors are systematized, a hierarchical system is drawn up. Based on the collected data, the calculation was carried out. Compiled dynamic models. The use of the regularizing Bayesian approach in the Infoanalyst software environment is demonstrated.

Частный инвестор для проведения обоснованных операций на фондовом рынке основывается на информации, доступной ему, в том числе и из открытых источников. Как отмечается многими инвесторами, следует анализировать поступающую информацию системно, выявляя значимые факторы, влияющие в конечном итоге на цену рассматриваемого актива.

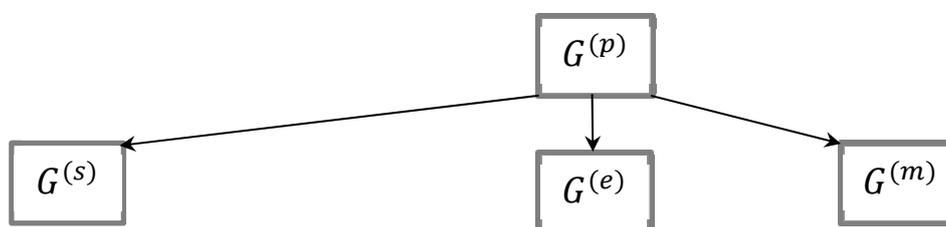
В центр рассматриваемой системы следует помещать цену акции компании эмитента и проводить оценку цены акции, как сложной динамически развивающейся си-

стемы, в которой в качестве влияющих, присутствуют как отдельные простые факторы, так и сложные составные факторы, сами являющиеся системой.

В данном исследовании предлагается практический пример использования системы поддержки принятия решений, разработанной на основе регуляризирующего байесовского подхода, применяемого С.В. Прокопчиной в исследованиях сложных систем [1–6].

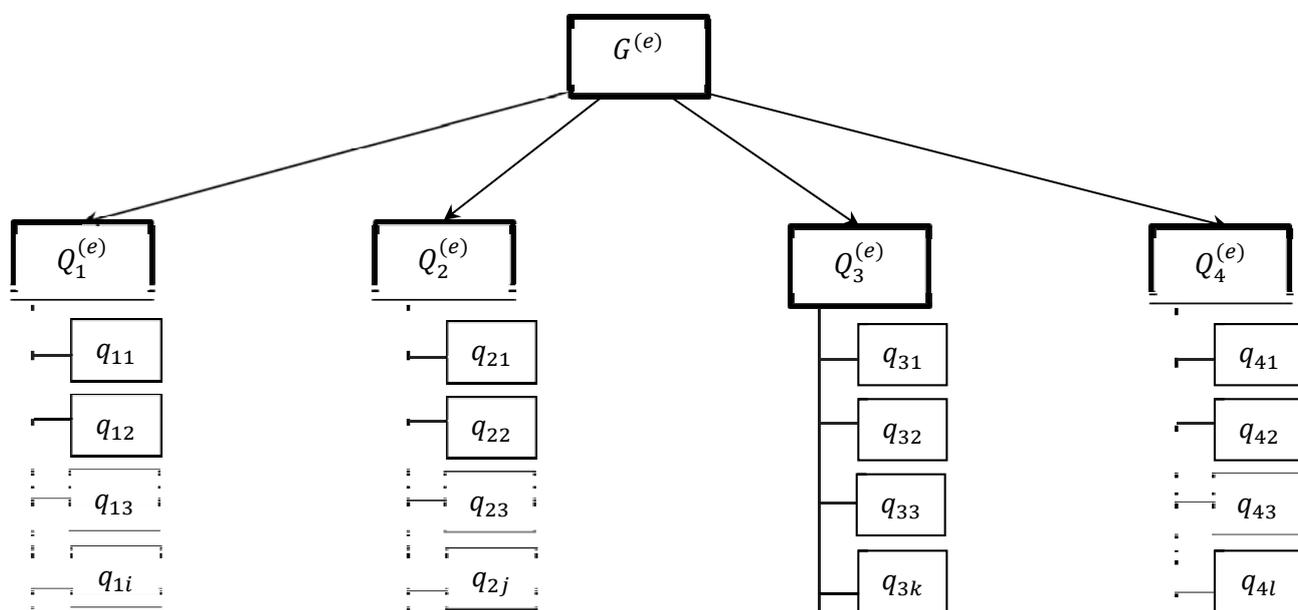
Методология регуляризирующего байесовского подхода позволяет подходить к изучению объекта с использованием системного подхода, измерительного подхода и байесовских интеллектуальных технологий. Соответственно, применяя данную методологию, инвестор может проводить текущую и перспективную оценку стоимости акций компании эмитента.

В качестве концептуальной модели выбирается сложная модель цены акции компании $G^{(p)}$. При этом в качестве сложных систем влияющих факторов выбираются системы: внешнее окружение $G^{(e)}$, состояние эмитента $G^{(s)}$, состояние субъекта инвестирования $G^{(m)}$.



Источник: составлено автором.

Рис. 1. Модель свойств системы "цена акции"



Источник: составлено автором.

Рис. 2. Модель свойств сложного фактора – внешнее окружение

Вместе с тем система "внешнее окружение" состоит из набора сложных факторов дальнее окружение, ближнее окружение, состояние отрасли, состояние рынка. Данная модель представлена на рисунке 2.

Общая модель компакта свойств (свертка групп свойств) внешнего окружения имеет следующий вид:

$$G^e = *_{i=1}^I Q_i.$$

В данном примере проведено системное описание отдельного сложного свойства Q_3 – состояние рынка.

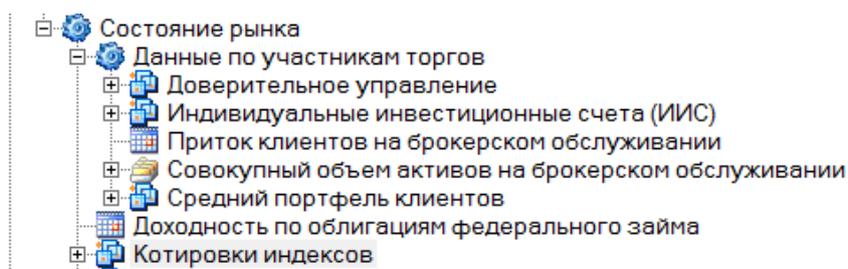
Фактор Q_3 – состояние рынка направлен на оценку активности, динамики и общей атмосферы фондового рынка. Идея применения, данного фактора основывается на понятии "технического анализа". Технический анализ базируется на оценке текущего состояния на базе имеющихся исторических данных о котировках ценных бумаг. Вместе с тем адептами технического анализа отбрасываются в сторону фундаментальных факторы ценообразования финансового актива. В расчет берется мгновенная ситуация, во многом находящаяся в разрыве с фундаментальными показателями компании.

Для того, чтобы оценить или измерить текущую ситуацию целесообразно рассмотреть отдельные факторы, которые могут участвовать в ее создании и формировании.

Если речь идет о состоянии рынка, то необходимо понимать кто на нем оперирует, так как рынок в первую очередь определяется его участниками.

В качестве информации об участниках рынка использованы данные из отчета Банка России "Обзор ключевых показателей профессиональных участников рынка ценных бумаг" за 2019–2021 годы. Данный обзор публикуется Банком России ежеквартально.

В качестве отдельных сложных систем фактора состояния рынка выделяются системы "данные по участника торгов" и "котировки основных индексов". Фактор "котировки основных индексов" характеризуют общую динамику рынка, в то время как фактор "данные по участникам торгов" дают более детальное представление об его участниках. На [рисунке 3](#) представлен практический пример составления дерева факторов для сложной системы "Состояние рынка" в программной среде Инфоаналитик, включающий в себя методологию регуляризирующего байесовского подхода.

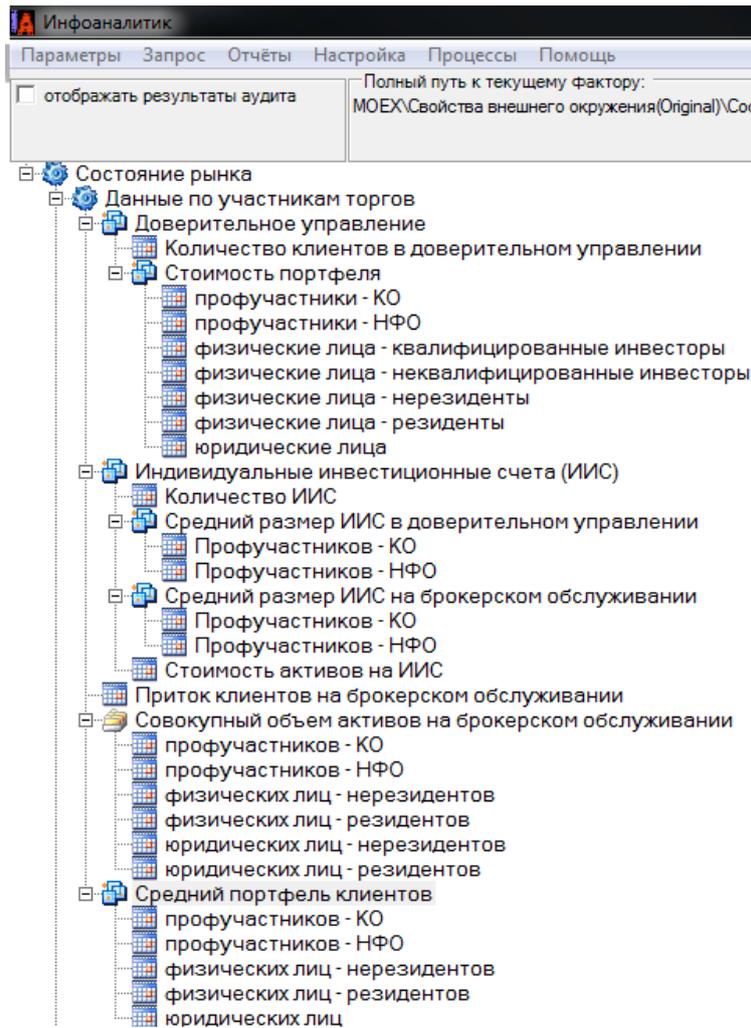


Источник: составлено автором, на основе программной платформы "Инфоаналитик".

Рис. 3. Пример дерева факторов для системы "Состояние рынка"

Одновременно с этим сложная система "Данные по участникам торгов" состоит и иерархически подчиненных систем "Доверительное управление", "Индивидуальные инвестиционные счета (ИИС)", "Совокупный объем активов на брокерском обслуживании", "Средний портфель клиентов".

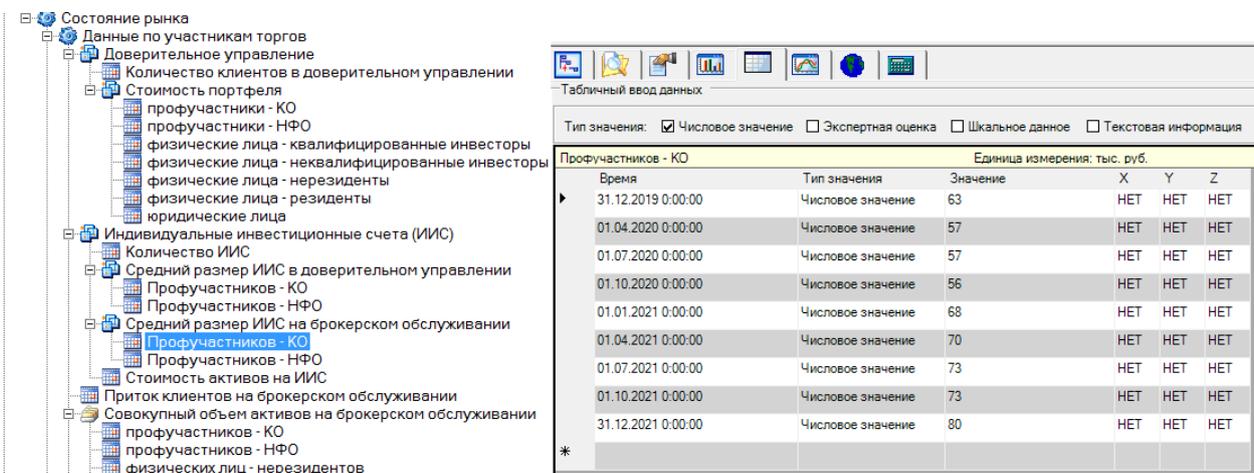
Каждая система состоит из факторов, разделенных по отдельным группам. Группа "профессиональные участники" разделяется на коммерческие организации и некоммерческие финансовые организации. В свою очередь физические лица также разделяются на квалифицированных и неквалифицированных инвесторов, а также на резидентов и нерезидентов Российской Федерации.



Источник: составлено автором, на основе программной платформы "Инфоаналитик".

Рис. 4. Пример дерева факторов для системы "Данные по участникам торгов"

По каждому фактору собираются данные за исследуемый период. Пример сбора данных показан на следующем рисунке.



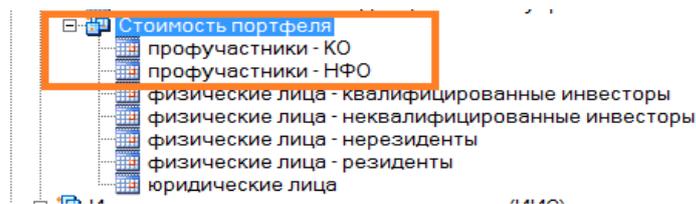
Источник: составлено автором, на основе программной платформы "Инфоаналитик".

Рис. 5. Пример сбора данных по фактору "Средний размер ИИС на брокерском обслуживании по кредитным организациям"

Представленное деление факторов нацелено на измерение отдельных показателей и выявление наиболее значимых из них. Также в процессе работы индивидуального инвестора данная декомпозиция позволяет при появлении на рынке предположительно малозначимой и несущественной информации, интегрируя ее в программную среду Инфоаналитик, производить корректировку состояния рынка с оценкой вероятности движения цены в сторону роста или снижения, тем самым выявлять и прогнозировать тренды дальнейшего развития.

Применяемая методология позволяет производить свертку отдельных факторов системы в единый интегральный фактор.

На рисунке показан пример свертки интегрального фактора "Стоимость портфеля", состоящего из семи простых факторов.

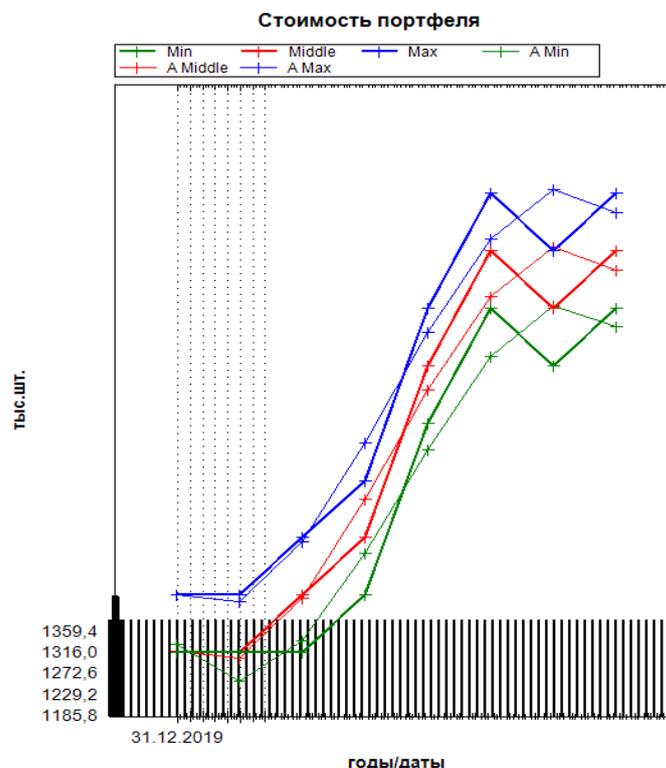


Источник: составлено автором, на основе программной платформы "Инфоаналитик".

Рис. 6. Пример интегрального фактора "стоимость портфеля"

Для наблюдения за выявленными факторами в динамике применяются байесовские интеллектуальные технологии, позволяющие корректировать модель на основе поступающей измерительной информации.

В дальнейшем по каждому выявленному фактору рассчитывается динамика. Значения по общему интегральному фактору сворачиваются на основе байесовской формулы.



Источник: составлено автором, на основе программной платформы "Инфоаналитик".

Рис. 7. Динамика интегрального фактора "Стоимость портфеля"

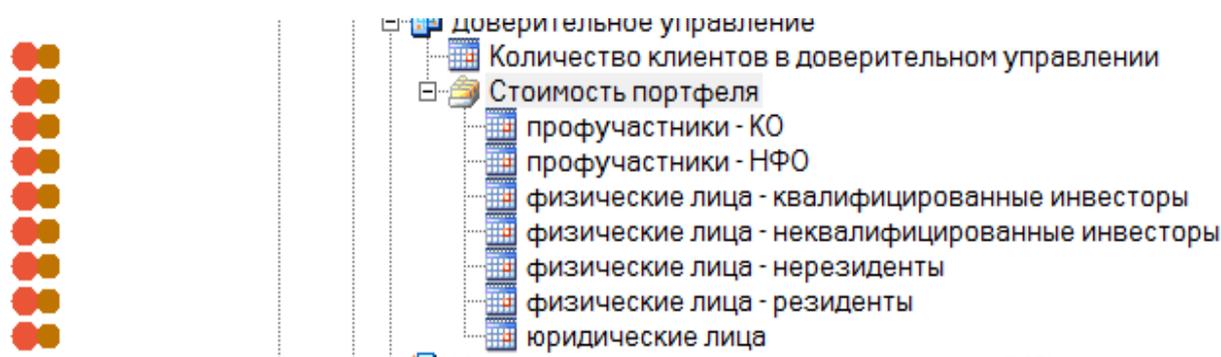
Модели, описывающие поведение фактора стоимость портфеля:

$$\min: F(x) = 1335,6266 - 177,2849x + 110,8316x^2 - 10,2838x^3$$

$$\text{средн: } F(x) = 1319,2921 - 103,6034x + 98,7716x^2 - 9,6785x^3$$

$$\max: F(x) = 1439,07121 - 103,5961x + 98,7674x^2 - 9,6781x^3$$

На основании полученных модели и применяя байесовскую свертку выводятся риски и потенциалы по всему интегральному фактору, представленному в графической интерпретации, что способствует более простому восприятию частным инвестором.



Источник: составлено автором, на основе программной платформы "Инфоаналитик".

Рис. 8. Риск и потенциал по сложному фактору "Стоимость портфеля"

Описанный практический пример демонстрирует удобство применения методологии регуляризирующего байесовского подхода, интегрированного в программную среду Инфоаналитик. Дальнейшее построение дерева факторов и расчет интегрального фактора сложной системы "Цена акции" позволит отдельные, наиболее влияющие на цену акции факторы, а также оценить вероятность роста или снижения цены отдельной акции. На основании данных расчетов частный инвестор может принимать решение об изменении структуры инвестиционного портфеля в части приобретения или продажи того или иного актива.

Список литературы

- [1] Прокопчина С.В. Разработка методов и средств байесовской интеллектуализации измерений в задачах мониторинга сложных объектов: специальность 05.11.16 – информационно-измерительные системы: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. Санкт-Петербург, 1995. 453 с.
- [2] Прокопчина С.В. Измерительные аспекты цифровизации социально-экономических процессов на основе регуляризирующего байесовского подхода // Экономика и управление: проблемы, решения. 2019. Т. 8. № 3. С. 41–45.
- [3] Прокопчина С.В. Мягкие измерения и управление сложными системами на основе регуляризирующего байесовского подхода // Экономика и управление: проблемы, решения. 2015. Т. 5. № 12. С. 16–25.
- [4] Прокопчина С.В. Новый тип нейросетей: байесовские измерительные нейросети (БИН) на базе методологии регуляризирующего байесовского подхода // Мягкие измерения и вычисления. 2020. Т. 35. № 10. С. 17–24.
- [5] Прокопчина С.В. Глобальные измерения: методология, технология, приложения // Мягкие измерения и вычисления. 2020. Т. 26. № 1. С. 5–17.

References

- [1] *Prokopchina S.V.* Development of methods and means of Bayesian intellectualization of measurements in the tasks of monitoring complex objects : specialty 05.11.16 – information and measuring systems : dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences / Prokopchina Svetlana Vasilievna. St. Petersburg, 1995. 453 p.
- [2] *Prokopchina S.V.* Measuring aspects of digitization of socio-economic processes on the basis of regularizing bayesian approach. *Economics and management: problems, solutions.* 2019, vol. 8, no. 3, pp. 41–45.
- [3] *Prokopchina S.V.* Soft measurement and management of complex systems on the basis of regularizing bayesian approach. *Economics and management: problems, solutions.* 2015, vol. 5, no. 12, pp. 16–25.
- [4] *Prokopchina S.V.* A new type of neural networks: bayesian measurement neural networks (BIN) based on the methodology of the regularizing bayesian approach. *Soft measurements and computing.* 2020, vol. 35, no. 10, pp. 17–24.
- [5] *Prokopchina S.V.* Global measurements: methodology, technology and applications. *Soft measurements and computing.* 2020, vol. 26, no. 1, pp. 5–17.

УДК 339.7

DOI: 10.36871/2618-9976.2022.04.005

ЭФФЕКТ МИРОВОЙ ПАНДЕМИИ COVID-19 НА ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ КИТАЙСКИХ ФИНАНСОВЫХ РЫНКОВ В КОНТЕКСТЕ ГЛОБАЛЬНОГО ФИНАНСОВОГО РЫНКА

Деревянко Б.А.¹

¹ *Магистр, Факультет международных экономических отношений, Университет Глазго, Бизнес Школа Адама Смита, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия, e-mail: bogdan.derevianko26@gmail.com*

ИНФОРМАЦИЯ

Ключевые слова:

пандемия
коронавирус
финансовые рынки
Китай
глобальные рынки

АННОТАЦИЯ

В результате введенных со стороны Китайского правительства ограничительных и стимулирующих мер, национальная экономика практически полностью восстановилась во втором квартале 2020 года. Тем не менее, некоторые показатели свидетельствуют о возможной неустойчивости положения и потенциальных среднесрочных и долгосрочных эффектах на различные стороны экономической жизни Китая. На текущий момент страна уже в течение более чем двух лет функционирует в условиях распространения пандемии и строгих всесторонних ограничительных мер. В статье описано влияние глобальной пандемии и её экономических последствий на функционирование финансового рынка в Китае, его восстановление после глобального экономического шока, и новые тенденции в развитии различных сегментов финансового рынка в постпандемийном мире.

EFFECT OF THE GLOBAL COVID-19 PANDEMIC ON THE FUNCTIONING OF CHINA'S FINANCIAL MARKETS AS COMPONENTS OF THE GLOBAL FINANCIAL MARKET

Derevianko B.A.¹

¹ *Master's Degree, Faculty of International Economic Relations, University of Glasgow, Adam Smith Business School, Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia, e-mail: bogdan.derevianko26@gmail.com*

ARTICLE INFO

Keywords:

Pandemic
Coronavirus
Financial markets
China
Global markets

ABSTRACT

As a result of the restrictive and stimulating measures imposed by the Chinese government, the national economy almost completely recovered in the second quarter of 2020. Nevertheless, some indicators indicate the possible instability of the situation and potential medium- and long-term effects on various aspects of China's economic life. At the moment, the country has been operating for more than two years under the conditions of the spread of the pandemic and strict comprehensive restrictive measures. The article describes the impact of the global pandemic and its economic consequences on the functioning of the financial market in China, its recovery after the global economic shock, and new trends in the development of various segments of the financial market in the post-pandemic world.

The global pandemic of the new coronavirus infection COVID-19 has resulted in a series of various shocks for the world community, including the impact on the social life of societies, an increased burden on national economies, and serious challenges for financial markets. The People's Republic of China was one of the first countries to experience the spread of the global COVID-19 pandemic in early 2020. According to officially released statistics, the national economic output in the People's Republic of China decreased by 6.8% in the 1st quarter of 2020 compared to the same period of the previous year. This is the worst indicator of the state's economic growth since 1992. In addition, there was also a significant pressure on the employment of the population during this period. In response, the Chinese Government has taken a number of incentive measures. The peculiarities of the policies undertaken during this period include a focus on the development of fiscal incentive programs for corporations, rather than households. Also, the tools for conducting an expansionary monetary policy were focused on supporting mainly small and micro-enterprises.

As a result of restrictive and stimulating measures introduced by the Chinese government, the national economy almost fully recovered in the second and third quarters of 2020. However, some indicators point to possible volatility and potential medium and long-term effects on various aspects of China's economic life. At the moment, the country has been operating under the conditions of the spread of the pandemic and comprehensive restrictive measures for more than two years. This article sheds light on the impact of the global pandemic and its economic consequences on the functioning of the main segments of the financial market in China, its recovery from the global economic shock, and new trends in the development of various segments of the financial market in the post-pandemic world.

The restrictions imposed and the socio-economic impact of the pandemic have had a significant impact on China's financial sector. In particular, we can highlight the deteriorating performance of the banking system and the increase in the systematic risk of the financial system as a whole.

The implications for the banking sector in the People's Republic of China will be long-term. With the main difficulties, banks also had to face a certain lag. In order to support the corporate sector, in particular micro and small enterprises, the Chinese government has asked China's largest commercial banks to forgive 1.5 billion Chinese yuan in profits.¹ The main sources of the decrease in the profit of the banking system by this amount were the following concessions: a decrease in net interest income due to lower interest rates, easing of penalties for delays in interest payments, a decrease in interest rates on bridge loans and guarantees, as well as a decrease in non-interest income in the form of commission and intermediary income. Moreover, in the post-pandemic period, the share of non-performing loans in the Chinese banking sector has increased.

Figure 1 below provides quarterly statistics on the amount of nonperforming loans, loan loss provisions, and profits of commercial banks in the People's Republic of China from 2019 to 2021. As for the amount of non-performing loans and loan loss reserves, here we can see a gradual increase over the past two years. The peak growth rate of non-performing loans occurred in the first quarter of 2020 and amounted to 8.2%. In absolute terms, this figure increased by 198.6 billion Chinese yuan. A similar picture is observed in the dynamics of loan loss reserves in the banking sector. The most pronounced increase occurred in the first quarter of 2020 with a change from the previous reporting date of 6.5%, showing an increase in reserves of 294.3 billion Chinese yuan. However, despite the obvious negative impact of the pandemic in the first half of 2020, in the fourth quarter of the same year, there was already a negative trend in the indicators described above, which almost completely compensates for the anomalous growth in previous periods.

¹ Kerry Liu (2021) COVID-19 and the Chinese economy: impacts, policy responses and implications, *International Review of Applied Economics*, 35:2, 308–330.

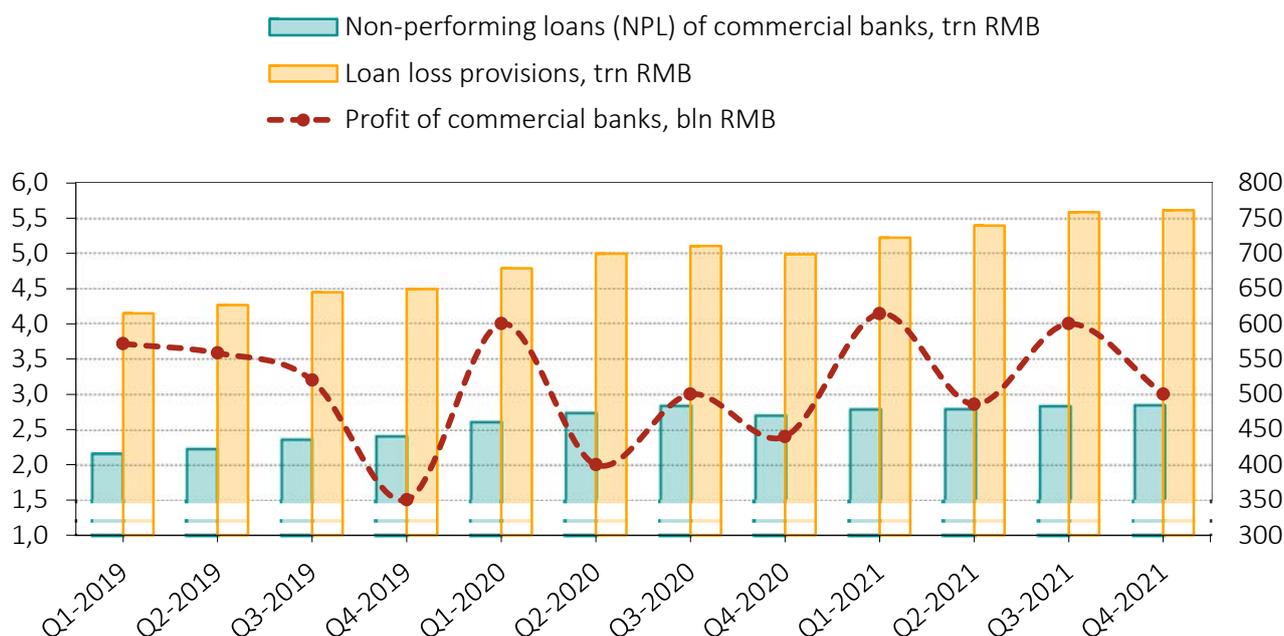


Figure 1. Amounts of non-performing loans (NPL), loan loss provisions, and profit of commercial banks in China, 2019-2021 quarterly¹

On the other hand, the strongest effect from the socio-economic consequences of the outbreak of the new virus is observed on the profit margins of financial institutions in the Chinese banking sector. There is a significant drawdown in the total annual profit of financial institutions and high volatility of its distribution by quarters. This indicator reacted with a time lag, therefore, in the first quarter of 2020, in terms of net profit of commercial banks, we can even see an increase compared to the comparable indicator for the previous year. This can be partly explained by the deferred realization of Q4 2019 earnings. Bank profits fell significantly in the second quarter of 2020. During this period, this figure was 399.9 billion Chinese yuan, which is 200.2 billion less than the results for the 1st quarter. Compared to the same period in 2019, we see a decrease of 158.6 billion in absolute terms and 28.4% in relative terms. Profit in annual terms for 2020 shows a decrease of 3% compared to 2019. In the next 2021, there was a normalization of the situation and a return of positive dynamics.

In order to analyze the effect on the state of the banking sector in China, we can reasonably refer to such indicators as the NPL ratio and the capital adequacy ratio. Both of these indicators are relative indicators and allow assessing the change in the degree of credit risk of financial institutions. The bank's non-performing loan ratio generally indicates the percentage of non-performing loans in the bank's total loan portfolio. The capital adequacy ratio, in turn, allows assessing the financial stability of banks and is calculated as the share of the bank's equity capital to risk-weighted assets. Figure 2 below shows statistics on the non-performing loan ratio and capital adequacy ratio of commercial banks in China from 2019 to 2021 by quarter.

As can be seen from the statistics, during the first three quarters there was a negative trend in both indicators. The growth of the NPL ratio is accompanied by a drop in the capital adequacy ratio. The maximum value of the NPL ratio of commercial banks due to the cumulative effect was observed in the third quarter of 2020 and amounted to 1.96%. At the same time, CAR dropped to a low of 14.21% in the second quarter of 2020. Starting from 2021, we see positive dynamics in both indicators. Due to increased conservatism in bank risk man-

¹ China Banking and Insurance Regulatory Commission (CBIRC).

agement and a downward trend in exposure to potential future surges, at the end of 2021, even more favorable indicators were achieved than in 2019 before the pandemic.

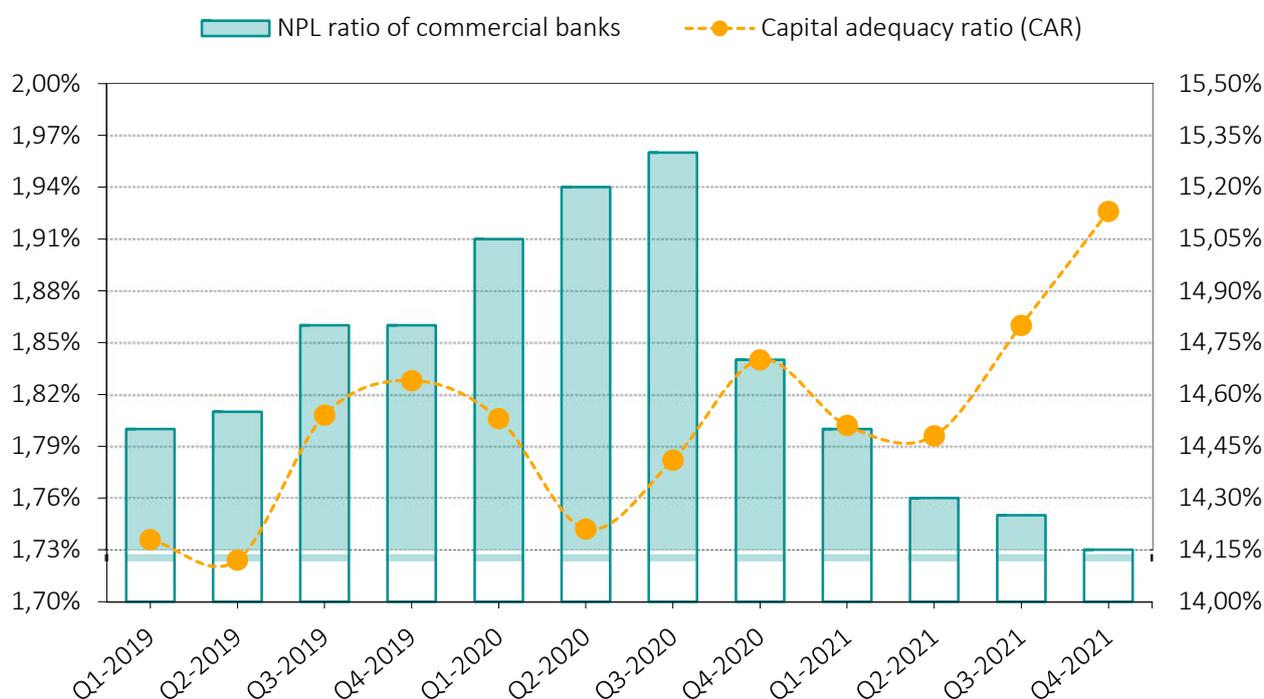


Figure 2. NPL ratio and capital adequacy ratio (CAR) for commercial banks in China, 2019-2021 quarterly¹

The coronavirus outbreak and a wide range of restrictive measures by the Chinese government have served as both a stress test for the Chinese banking system and an accelerator for the digitalization of their financial services.² The lockdown and movement restrictions during the outbreak of the pandemic have demonstrated the importance and value of contactless transactions. During this period, it was especially important to provide customers with the opportunity to interact with the bank through network communication channels based on the use of advanced technology and science. An increasing number of the Chinese population realized the convenience of using contactless services, and this ultimately prompted financial institutions to accelerate the transition to the widespread use of fintech in operations. This allowed to increase the number of online users and reduce the number of visits to retail bank branches.

After the outbreak of the pandemic, the development of inclusive finance almost completely satisfied the needs of households in remote access to financial services, but new solutions in this area were still required from enterprises. Small and micro enterprises, which play an important role in the functioning of the Chinese economy, do not have collateral assets and often face problems in obtaining financing from traditional financial institutions. This problem was especially pronounced during the pandemic, when many companies needed to attract external financial resources to continue their activities.

One of the solutions was the use of big data as a tool for assessing the creditworthiness of small and micro enterprises. In the context of the active transition of companies to the online sector, more information has become available for analysis through big data tools. This

¹ China Banking and Insurance Regulatory Commission (CBIRC).

² Shusong Ba & Haifeng Bai (2020) Covid-19 pandemic as an accelerator of economic transition and financial innovation in China, *Journal of Chinese Economic and Business Studies*, 18:4, 341–348.

information can be used by financial institutions for a comprehensive risk assessment of potential borrowers. Ultimately, these conditions led to the emergence of online inclusive finance companies, especially in the e-commerce and online finance industries. During the active development of the pandemic, these companies have played a relatively important role as macroeconomic stabilizers.

During the outbreak of the pandemic and the subsequent recovery of the national economy, the Chinese stock market showed a reliable level of stability and a swift recovery.¹ This is especially pronounced in comparison with the world's leading stock markets. In particular, the US stock market was halted four times in March 2020. In the months following the start of the pandemic, stock markets in countries such as the European Union, the United States, and Japan rebounded on support from national central banks and huge expansion of their balance sheets. The Chinese stock market, in its turn, showed a swift recovery after the first shocks of the pandemic, even without material support from the national central bank and an increase in its asset base.

The behavior of the stock market in China in the post-pandemic period can be assessed using the dynamics of the main indices of national stock exchanges. To this end, Figure 3 below shows the statistics of the values of the main index of the Shanghai Stock Exchange SSE Composite and the main index of the Shenzhen Stock Exchange SZSE Component in the period from January 2020 to February 2022. The two main shocks of the pandemic occurred from January 20, 2020 to February 3, 2020 and from March 5, 2020 to March 23, 2020. These events were caused by the natural reaction of the investment community to a significant increase in the number of infected patients, the announcement of the coronavirus as an international emergency, and then as a global pandemic by the World Health Organization, comprehensive restrictive measures by the Chinese Government, as well as a threat to the normal functioning of the economy. Despite the short-term negative effect, China's stock markets quickly rebounded to pre-pandemic levels and went into the booming phase. As of the end of August 2020, the SSE Composite Index was up 10,1% and the SZSE Component Index was up 29.3% from the beginning of the same year.

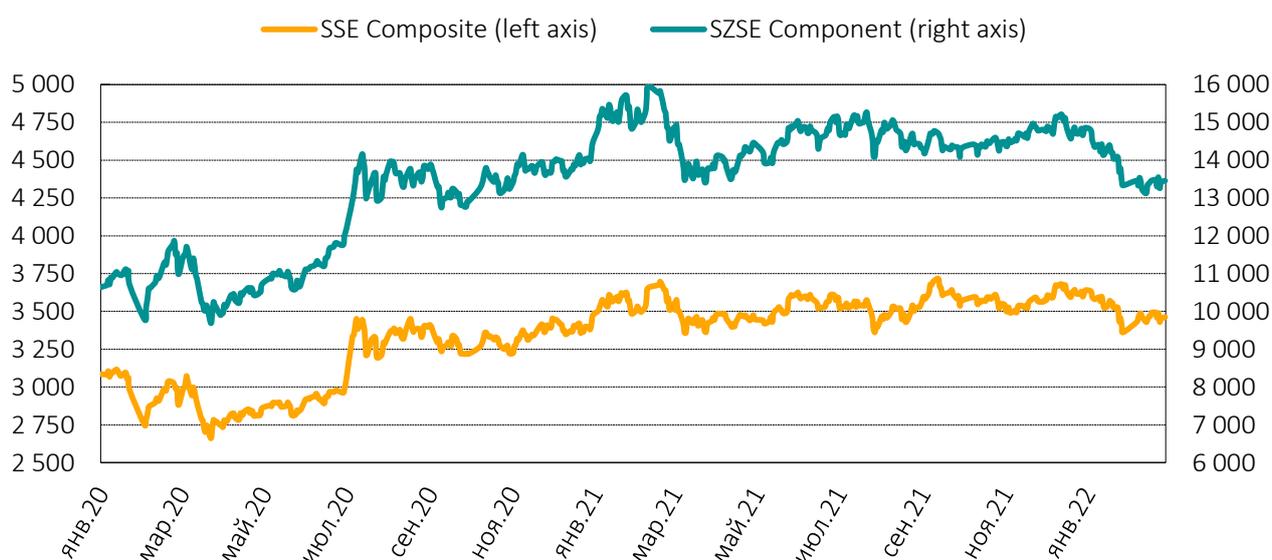


Figure 3. Shanghai Stock Exchange Composite index and Shenzhen Stock Exchange Component index, January 2020 – February 2022²

¹ Xiaoguang Liu, Yuanchun Liu, Yan Yan (2021) China macroeconomic report 2021: China's macroeconomy marches towards normalisation. *Economic and Political Studies* 9:4, pages 379–416.

² Shanghai Stock Exchange, Shenzhen Stock Exchange official websites.

Too loose and soft monetary policy of the United States of America during the pandemic and post-pandemic had a weakening effect on the position of the US dollar in global markets. On the other hand, the effective monetary policy of the Chinese Government during the same period of time served as a driver in the process of internalization of the Chinese yuan. Economic agents in the world markets are becoming increasingly aware of the importance of the Chinese economy in global processes and approve the active process of opening up, liberalizing, and modernizing the Chinese financial market. One of the key events is the inclusion of Chinese sovereign bonds in the FTSE Russell index and the increase in the share of Chinese type A stocks in the international MSCI index. The findings are also confirmed by the global currency indices, which are presented below in [Figure 4](#).

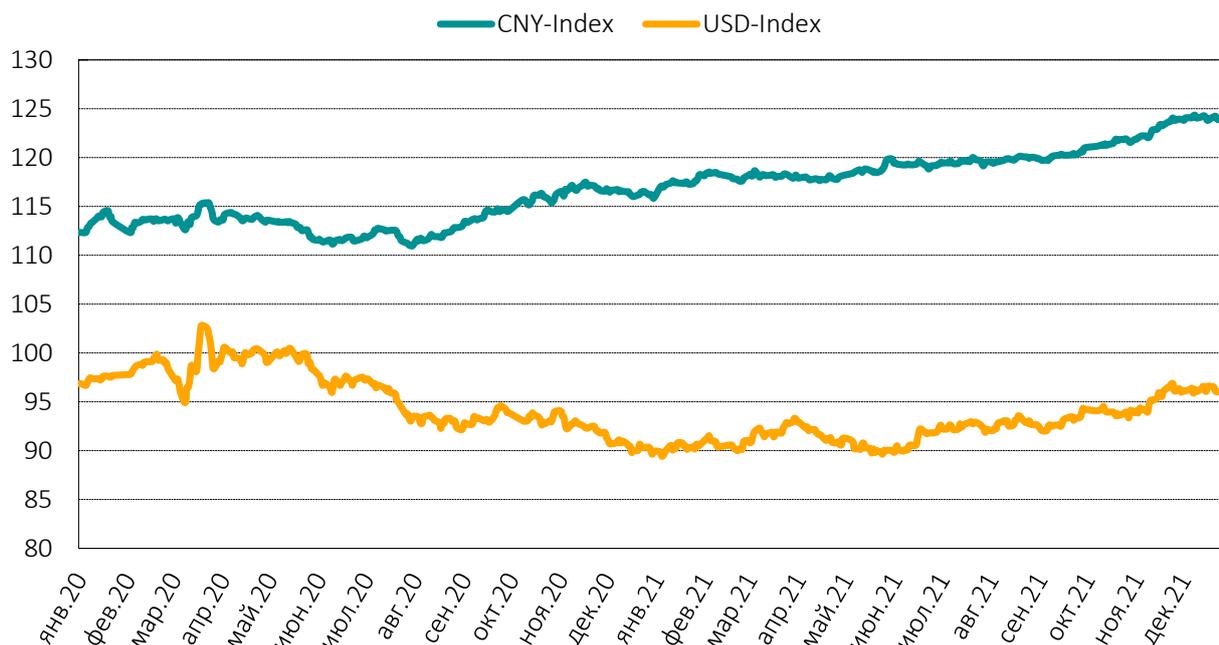


Figure 4. Historical performance of the USD-Index versus CNY-Index, 2020–2021¹

The bond market in the People's Republic of China has also experienced rapid growth over the past two years. Along with this, measures taken by the Chinese government, prudent monetary policy, and fiscal easing have reduced credit risks and risks of default on the payment of bond loans. In early 2020, due to operating and regular production restrictions, many companies faced increased pressure on short-term liquidity. However, with the help of a number of government policies to support companies during the pandemic, this pressure has been eased and a rise in defaults has been avoided. According to the international rating agency Fitch, the share of defaults in the domestic corporate bond market in China in 2020 was 0.84%, and in 2021 – 0,76%.

Despite quite successful measures to prevent a significant impact of the pandemic on credit risks on bond issues and the probability of default of companies, in China over the past few years there has been a positive trend in both the number of defaults themselves in absolute terms and the amount of bond issues on which a default has been declared. This dynamics is due to the progressive development of the bond market.² Within the Chinese financial mar-

¹ USDX- yahoo.Finance, CNYX – CNI Index.

² *Standard & Poor's 2021. China Bond Defaults 2021: More Tolerance For Bigger Hits, S&P Global Ratings, June.*

ket, the focus is currently shifting from the growth of the market to the quality of its functioning. Chinese regulators are taking steps to improve the efficiency of capital markets and enforce market discipline. Under such conditions, the capital markets, in particular the domestic bond market in China, are experiencing a freer movement of investment capital and its relocation to more efficient assets. As a result, we see increased tolerance for default situations in China in recent years, including in relation to state-owned companies.

In addition to the above financial market segments in the People's Republic of China, we can also see increased pressure on the insurance market as one of the consequences of the global pandemic. Empirical evidence shows that there is both a small short-term and long-term deterrent effect in the post-pandemic period due to a decrease in the availability of sales and marketing channels for insurance products and a collapse in household demand for insurance products.¹ The impact of the impact of the COVID-19 pandemic is observed both on personal insurance products and on property insurance products. At the same time, in terms of insurance depth and insurance density, a greater effect is observed on personal insurance services in comparison with property insurance services. Figure 5 below presents statistics on primary income from insurance premiums, insurance payments, and the number of insurance contracts signed in China from 2019 to 2021, by quarter. For all three indicators in 2020, there was a positive trend compared to 2019: primary income from insurance premiums increased by 4,7%, insurance payments – by 7,7%; concluded insurance contracts – by 6,2%. In 2021, if not a decline in the insurance market, then its stabilization at the level of last year is already noticeable. The primary income from insurance premiums this year remained at the level of the previous year in the amount of approximately 4,5 trillion yuan. In the number of signed insurance contracts, there is a decrease of 7% compared to the previous year. Moreover, the amount of insurance payments in 2021 amounted to 1,6 trillion yuan, which is 14,3% higher than in 2020.

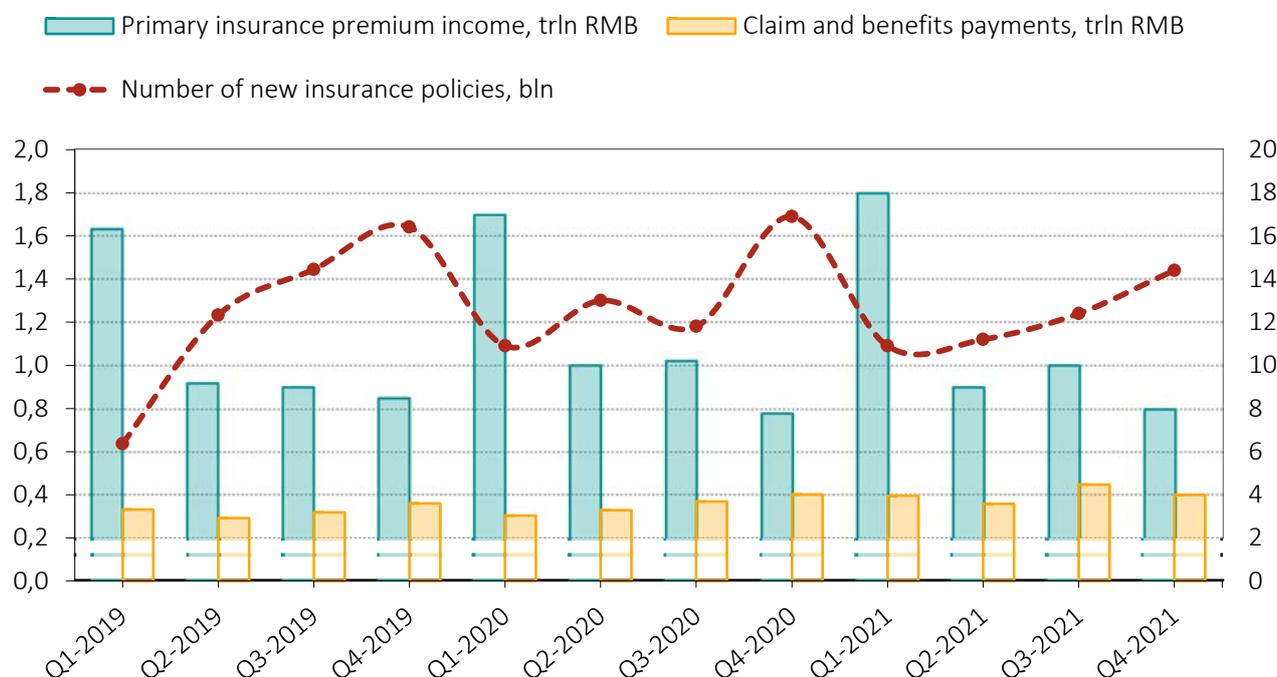


Figure 5. Primary insurance premium income, claim and benefits payments, and number of new insurance policies in People’s Republic of China, 2019-2021 quarterly²

¹ Yating Wang, Donghao Zhang, Xiaoquan Wang & Qiuyao Fu (2020) How Does COVID-19 Affect China’s Insurance Market? Emerging Markets Finance and Trade, 56:10, 2350–2362,

² China Banking and Insurance Regulatory Commission (CBIRC).

Thus, it is possible to sum up the impact of the COVID-19 pandemic and its socio-economic consequences on the functioning of various segments of the financial market in the People's Republic of China over the past two years. The challenges of this period served both as a stress test for many aspects of China's domestic and foreign financial market segments, and as a driver for progressive qualitative changes that were long overdue.

Domestic capital markets in the country, including the stock market and the bond market, are in the stage active booming and development. We could see short-term shocks on them in the first quarter of 2020 due to a sharp surge in the pandemic and a high degree of investor uncertainty about future outcomes. Soon, by the second and third quarters of 2020, these short-term effects were eliminated and markets rebounded to pre-pandemic levels, and in some cases even showed double-digit growth relative to the beginning of the year.

The banking sector also saw negative effects, which made themselves felt with a slight lag in relation to the previously mentioned capital markets. We could see a deterioration

in a significant number of risk and financial indicators of banks until the end of 2020. Normalization of activities and a return to positive dynamics occurred only in 2021. The volumes of accumulated profits of commercial banks suffered the most, including due to measures prescribed by the Chinese government to stimulate the economy. Under these conditions, financial institutions in the banking sector were forced to give up part of interest and non-interest income in order to reduce the burden on businesses.

One of the most positive aspects as a result of the pandemic is the strengthening of the role of the Chinese yuan in global markets. The prudent and effective monetary policy of the Central Bank of China to support the economy, the inflexibility of regulators in leading Western countries due to near-zero or negative interest rates, and ineffective measures of other states to curb the spread of infection served as the main drivers for advancing the process of internalization of the Chinese yuan. We can also note an increase in the number of foreign investors who show a desire to use the Chinese yuan as an investment currency, which is reflected in the inclusion of renminbi-denominated assets in global financial market indices. Among other things, the internal process of reformation, modernization, and liberalization of the financial market also plays a crucial role here.

A slight drawdown and a weakening of positive dynamics in the post-pandemic period are also demonstrated by the insurance market in China. According to official statistics, during the last year there was no positive dynamics in the primary income from insurance premiums, and the number of concluded insurance policies has decreased. The main factors here are the contraction of consumer demand for insurance services and disruption of the normal functioning of insurance marketing channels. Speaking about the structure of insurance products, the consequences for the personal insurance segment are more pronounced compared to the property insurance segment.

There are several modern trends in the financial markets of China, the main accelerator of which was the COVID-19 pandemic and its consequences. First of all, it is worth mentioning the digitalization of traditional financial institutions. With comprehensive restrictions within the country, including a ban on the physical movement of its citizens at certain points, companies have been forced to shift to new business approaches to meet new demand from their customers. Secondly, we see a structural transition to the "double circulation" model. The main idea of this approach is to focus on the domestic market of China with the expansion of the local demand of citizens while active foreign economic interaction with the rest of the world. Thirdly, the internal regulators of the financial market in China are actively working on its further liberalization and improving the efficiency of its activities. The focus in the development of capital markets is shifting from extensive growth to efficiency, the appropriate allocation of capital, and market discipline.

Among the most relevant negative effects of the pandemic on the financial market in China and the economy as a whole, it is crucial to single out an increase in the debt load of enterprises, especially in the non-financial sector. Also worthy of attention and continuous monitoring by regulators is the inflated domestic real estate market over the past few years.

References

- [1] *Ding Liu, Weihong Sun & Xuan Zhang* (2020) Is the Chinese Economy Well Positioned to Fight the COVID-19 Pandemic? The Financial Cycle Perspective. *Emerging Markets Finance and Trade*. 56:10, 2259–2276.
- [2] *Kerry Liu* (2021) COVID-19 and the Chinese economy: impacts, policy responses and implications. *International Review of Applied Economics*. 35:2, 308–330.
- [3] *Shusong Ba & Haifeng Bai* (2020) Covid-19 pandemic as an accelerator of economic transition and financial innovation in China. *Journal of Chinese Economic and Business Studies*. 18:4, 341–348.
- [4] *Umarov H.S.* China's financial services market in the post-pandemic period 2020–2021: trends and development prospects. *Finance and credit*. 2021, vol. 27, no. 11, pp. 2575–2605.
- [5] *Xiaoguang Liu, Yuanchun Liu & Yan Yan* (2020) China macroeconomic report 2020: China's macroeconomy is on the rebound under the impact of COVID-19. *Economic and Political Studies*. 8:4, 395–435.
- [6] *Yating Wang, Donghao Zhang, Xiaoquan Wang & Qiuyao Fu* (2020) How Does COVID-19 Affect China's Insurance Market? *Emerging Markets Finance and Trade*. 56:10, 2350–2362.

НЕОБХОДИМОСТЬ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ НАЛОГОВОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ НАЛОГОВОГО АДМИНИСТРИРОВАНИЯ

Зайцев С.В.¹

¹ Аспирант кафедры "Системный анализ в экономике", Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия, e-mail: svzaytsev@yandex.ru

ИНФОРМАЦИЯ

Ключевые слова:
налоговая система
цифровизация экономики
оптимизация
моделирование
экономические процессы

АННОТАЦИЯ

В процессе компьютеризации и применения высоких технологий, которые происходят в настоящее время, цифровая экономика применяется в каждой сфере жизни: образование, политика, здравоохранение, финансы и налоговая сфера и другие. Цифровая экономика начала развиваться во всех высокоразвитых странах, в которые вошла и Россия. Развитие цифровой экономики в стране играет важнейшую роль, так как на сегодняшний день актуальны вопросы национальной безопасности и глобальной конкурентоспособности, в решении которых она участвует. Многие элементы цифровой экономики дают благоприятный результат, так как осуществляется массовое перенесение документов на цифровые носители, доступно использование электронной подписи, все большее распространение получает взаимодействие с государственными органами в электронном виде. Цель данной статьи заключается в анализе причин, целей, задач цифровизации, причин и целей появления цифровой экономики, закономерностей развития цифровой экономики в налоговой сфере, методы и подходы, которые помогают функционировать цифровой экономики в наше время, а также рассмотреть структуру процесса моделирования.

THE NEED FOR DIGITAL TRANSFORMATION OF THE TAX SYSTEM FOR EFFECTIVE FUNCTIONING AND OPTIMIZATION OF TAX ADMINISTRATION

Zaytsev S.V.¹

¹ Postgraduate Student of the Department of "System Analysis in Economics", Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia, e-mail: svzaytsev@yandex.ru

ARTICLE INFO

Keywords:
Tax system
Digitalization of the economy
Optimization
Modeling
Economic processes

ABSTRACT

In the process of computerization and the application of high technologies that are currently taking place, the digital economy is applied in every sphere of life: education, politics, healthcare, finance and tax, and others. The digital economy has begun to develop in all highly developed countries, including Russia. The development of the digital economy in the country plays a crucial role, since today the issues of national security and global competitiveness are relevant, in which it participates. Many elements of the digital economy give a favorable result, as mass

transfer of documents to digital media is carried out, the use of electronic signatures is available, and interaction with government agencies in electronic form is becoming increasingly widespread. The purpose of this article is to analyze the causes, goals, objectives of digitalization, the causes and objectives of the emergence of the digital economy, the patterns of development of the digital economy in the tax sphere, methods and approaches that help the digital economy function in our time, as well as to consider the structure of the modeling process.

Введение

Информационные технологии и инновационные бизнес-модели сильно меняют мир. Благодаря развитию таких технологий становятся заметны улучшения и изменения во многих сферах экономики. Эти изменения впечатлительны. Новые цифровые технологии понемногу начинают охватывать все хозяйственные процессы, поэтому под их влиянием начинаем меняться сама суть экономики страны. В большинстве случаев развитие и применение информационно-коммуникационных технологий приводит к развитию бизнесов, к рождению новых управленческих технологий, которые приносят хорошие результаты. Традиционные методы ведения экономических процессов претерпевают трансформацию и изменения в сфере оптимизации, ускоряют процесс развития и достижения новых успешных результатов.

Моделирование бизнес-процесса представляет собой процесс субъективного представления работы с помощью формальной модели, которая состоит из взаимосвязанных операций.

Стабильность сервисного бизнеса стала ухудшаться в последнее время и связано это с цифровизацией. Актуальной темой для многих, в том числе и для аналитиков является тема цифрового переворота.

Цифровой переворот произошел во всех отраслях и странах, только в каких-то раньше, в каких-то позже, а где-то происходит и до сих пор. Сервисные услуги, медиа и развлечения первые столкнулись с цифровизацией, затем банки и телекоммуникационные компании. По мнению аналитиков те отрасли и сферы, которые еще не затронула цифровизация, обязательно с ней столкнутся в той или иной степени в дальнейшем.

Аналитическая компания Gartne говорит, что "цифровой бизнес – это появление новых бизнес-моделей, объединяющих физический и цифровой миры". А вот мнение MIT Sloan School of Management заключается в том, что цифровая трансформация – это "использование современных технологий для кардинального повышения производительности и ценности предприятий".

Постоянный рост социальных сетей, рынка гаджетов, доступа к интернету определяет развитие цифровой трансформации предприятий, которая происходит из-за все большего использования по всюду новых информационных технологий.

Цифровизация предоставляет возможность компаниям более эффективно функционировать и конкурировать, затрачивая при этом меньшее количество ресурсов.

Направлением цифровой трансформации является автоматизация, которая способствует стандартизации системы управления, а также бизнес-процессов, а следовательно, помогает достаточно быстро расширить ее применение на мировом уровне.

С помощью трансформации осуществляется автоматизация бизнес-процесса и эффективное взаимодействие между участниками процесса, а также автоматизация конкретных отдельных операций.

С помощью специальных информационных систем операции осуществляются гораздо быстрее и их выполнение обходится дешевле. Использование информационных

систем позволяет минимизировать количество допускаемых ошибок и добиться максимальной скорости выполнения тех или иных операций.

Итогом цифровой трансформации сервисного процесса обнаруживается совокупность информационных сервисов, которые непосредственно осуществляют взаимодействие друг с другом в ходе какого-либо процесса. К примеру, большое количество банков уже проводят оценку заемщика без какого-либо участия человека в данном процессе.

Если участие человека невозможно полностью исключить при совершении операций, тогда цифровизация осуществляет помощь в процессе сбора данных, которые в дальнейшем будут использоваться при принятии решений в оперативном режиме. Такой вид цифровизации можно наблюдать в сфере услуг, электроэнергетики, нефтедобычи и любом производстве.

Необходимо сказать, что уже на данный момент цифровизация развилась до глобальных масштабов. Со временем мы будем все ближе и ближе подходить к существованию в границах "цифровых экосистем".

Сейчас можно заметить сдвиг в экономике, который способствовал изменению отношений между компаниями на рынке. Развивающийся интернет позволяет взаимодействовать на рынке сразу всем участникам процесса: фирмам, потребителям и другим. Данное явление объясняется тем, что появляются новые "цифровые экосистемы", которые и объединяют приложения, производителей, платформы, поставщиков.

1. Информационная инфраструктура и информационная безопасность как главные приоритеты развития цифровой экономики

Так как сейчас происходит переход от индустриального к информационному обществу, то важность информации преобладает над материальными и энергетическими ресурсами.

Фраза Н. Ротшильда "Кто владеет информацией, тот владеет миром" показывает всю суть современного мира, так сейчас очень важную роль играет информационное развитие технологий и сферы информационных услуг.

Можно сказать, что на сегодняшний момент структура экономики становится другой. Большое количество работников работают уже не с производством товаров, а занимаются получением и обработкой информации. Большой удельный вес теперь начинает занимать цифровая экономика, которая пришла на смену традиционной, к которой все привыкли. Она характеризуется перечнем особенностей:

- в роли главного ресурса выступает информация, которая никогда не заканчивается;
- площадки, занимающиеся торговлей в Интернете не ограничены;
- конкурентоспособность не зависит от размеров компании;
- использование одного и того же ресурса может происходить неограниченное количество раз, чтобы довести предлагаемые услуги до потребителя;
- интернет выступает в качестве ограничителя только говоря о масштабе операционной деятельности;

Термин "информационное общество" стало использоваться со второй половины 1960-х годов. В качестве первооткрывателя данного термина выступил японский ученый Ю. Хаяши. Он определял информационное общество, как процесс компьютеризации, который предоставит людям доступ к надежным источникам информации, сделает их работу эффективнее, поспособствует обеспечению высокого уровня автоматизации производства.

Цифровая экономика – это система экономических, социальных и культурных отношений, которые строятся с помощью использования современных цифровых технологий.

Благодаря использованию цифровой экономики увеличивается возможность использования современных компьютерных технологий. С помощью компьютера можно

осуществлять очень многие операции: оплачивать услуги, записываться на приемы, покупать билеты, осуществлять поиск необходимой информации и многое другое.

Тенденция развития информации прослеживается в постоянном усовершенствовании компьютерной техники, создания искусственного интеллекта и различных средств коммуникации.

2. Цифровизация в сфере налогообложения

Для эффективного функционирования налоговой системы и оптимизации налогового администрирования, необходимо использование налоговыми органами передовых информационных технологий, специальных программ, помогающих налоговым органам осуществлять контроль за исполнением налогового законодательства налогоплательщиками, уплатой ими всех своих налогов, сборов и других налоговых платежей. Исходя из этого, актуальность моей темы заключается в том, что без современных технологий, новейших программ невозможно повышение качества механизмов налогового администрирования, которые приносили бы большие суммы в бюджет государства и улучшали бы работу налоговых органов.

Для осуществления таких целей была создана автоматизированная информационная система, предназначением которой является автоматизация функций всех уровней налоговой службы по обеспечению сбора налогов, сборов и других обязательных платежей в бюджет, проведение комплексного оперативного анализа материалов по налогообложению, а также обеспечение налоговых органов на всех уровнях и других органов управления полноценной достоверной информацией.

Автоматизированная информационная технология (АИТ) в налоговой системе – это совокупность объединенных методов, информационных процессов и программно-технических средств, обеспечивающих сбор, обработку, хранение, распространение и отображение информации с целью снижения трудоемкости процессов использования информационного ресурса, повышения их надежности и оперативности, уменьшение затраченного времени на обработку и получение информации, а также снижение издержек налогового администрирования.

Информатизация органов налоговой службы заключалась в снабжении сотрудников недорогими ЭВМ и принтерами, использованием стандартных текстовых редакторов, электронных таблиц, которые не были способны анализировать и работать с большим потоком информации и никак не могли быть способными создать единое информационное пространство. Данная технология могла применяться только при работе с небольшим кругом налогоплательщиков.

Исходя из всего этого начали создавать программы для региональных и муниципальных налоговых органов. Каждым регионом разрабатывались и постепенно внедрялись компьютерные технологии и автоматизированная информационная система ФНС России в соответствии с местным законодательством.

Автоматизированная информационная система ФНС России (АИС "Налог-3") – это единая информационная система ФНС России, обеспечивающая автоматизацию деятельности Федеральной Налоговой Службы России по всем функциям, которые она осуществляет, в том числе прием, обработку, анализ информации и предоставление данных, формирование информационных ресурсов налоговых органов, статистических данных, сведений, необходимых для обеспечения поддержки принятия управленческих решений в сфере полномочий ФНС России и предоставления информации внешним потребителям.

Происходило внедрение интегрированных комплексов, предназначенных для территориальных налоговых. Такие комплексы, обеспечивающие единую систему налогового администрирования без данных по налогообложению налогоплательщиков, обеспечивают:

- автоматизацию всех функций по учету физических и юридических лиц, которые являются налогоплательщиками, и налоговых поступлений;
- повышение производительности труда;
- информационное взаимодействие всех структурных подразделений налоговой системы между собой и с внешними ведомствами;
- оперативность и точность результатов учета, анализа и прогнозирования налоговых поступлений;
- высвобождение трудовых ресурсов, занятых непроизводительной и технической работой.

Неотъемлемым условием работы усовершенствованной инспекции местного уровня является применение современной электронной системы обработки данных (ЭОД). С помощью данной системы получают первичные данные о налогоплательщиках и операциях, проводимых ими, которые в последствие формируют информационную базу. К такой базе данных получают доступ все сотрудники налоговых органов. Информационное обслуживание функциональных подразделений системой электронной обработки данных обеспечивается работой в этих подразделениях автоматизированных рабочих мест (АРМ).

АРМ осуществляет прием и обработку поступающих данных, анализ, прогнозирование, информационное обслуживание, выпуск налоговых документов и администрирование. Также существует такая категория как "досье налогоплательщика", с помощью которой создают банк данных о физических и юридических лицах, являющихся налогоплательщиками. В электронном виде накапливается вся информация о налогоплательщике и его операциях как статистического, так и аналитического характера.

ЭОД как система весьма облегчает "участь" инспекторов налоговой, освобождая их от огромного объема работы механического характера. Благодаря этому у них появляется возможность и время для проведения более качественной работы по информационному обслуживанию налогоплательщиков.

Система ЭОД имеет свои направления развития, основными из которых являются: совершенствование системы представления налоговой отчетности в электронном виде, организация информационного взаимодействия с государством в лице их органов власти, реализация эффективного обмена данными между ведомствами. Применение ЭОД способствует в значительной мере увеличению собираемости налогов. Использование электронной обработки данных способствует повышению уровня эффективности работы налоговых органов.

В рамках повышения налогового администрирования, совершенствования взаимодействия с налогоплательщиками, а также повышение уровня качества обслуживания граждан, был создан "личный кабинет налогоплательщика" для физических лиц. Также было разрешено использование гражданами своей электронной подписи. Для пользования данной программой, налогоплательщику – физическому лицу необходимо авторизоваться в личном кабинете. После чего пользователь может спокойно пользоваться данной системой и осуществлять вход с помощью электронной подписи или логина и пароля.

Данный сервис имеет ряд преимуществ как для налогоплательщика, так и для налоговых органов. Физическое лицо, благодаря использованию данного сервиса, экономит большое количество своего личного времени, не тратя его на выезд в налоговую инспекцию. Зайдя в свой личный кабинет налогоплательщика, можно увидеть всю информацию о начисленных и уплаченных суммах налога, также наличие пеней, штрафов и переплат, и задолженности. Также налогоплательщику, зарегистрированному в электронном сервисе "личный кабинет налогоплательщика" предоставляется возможность получить всю необходимую информацию об объектах движимого и недвижимого имущества и многое другое. Благодаря данному сервису граждане скачивают программы

для заполнения налоговых деклараций по налогу на доходы физических лиц, могут увидеть и изучить всю информацию, которая имеется про него в Едином государственном реестре налогоплательщиков и др. Преимуществом использования данного сервиса налоговыми органами заключается в облегчении взаимодействия с физическими лицами. Через личный кабинет легко и быстро можно получить нужную информацию о налогоплательщике, и помимо этого известить его о не погашенной сумме налога, переплате или начисленных штрафах и пени.

Всем этим процессам дает развитие автоматизация и стандартизация процедур налогового контроля, а также интеграция баз данных о налогоплательщиках и их постоянное совершенствование. Несомненно, Федеральная налоговая служба вместе со всеми своими подразделениями заимствует накопленный опыт зарубежных стран и пытается его внедрить.

Также большой интерес вызывает еще одна информационная система "Комплексные сведения о налогоплательщиках" (ИС "КСНП"). Данную систему используют, когда необходимо в кратчайшие сроки получить сведения о предприятиях, ее контрагентах и аффилированных лицах. Источник информации о налогоплательщике составляют данные, предоставляемые на этапе регистрации, внесении изменений в учредительные документы, а также при сдаче отчетности. Такие сведения помогают быстрее найти необходимого контрагента, который нужен для проведения проверки, а также выявлять схемы с участием однодневок.

Следующей информационной системой, о которой следует рассказать, является "САИ-В". Определяющими функциями такой программы являются сбор и оценка поступающей от внешних источников информации. Под внешними источниками понимают третьих лиц, к которым относятся регистрирующие органы, правоохранительные органы, а также любые физические лица.

Все системы, перечисленные выше, способствуют наращиванию информационной базы, помогают оптимизировать время работников налоговой службы, чтобы проводить более качественную работу с налогоплательщиками и по их операциям. Непосредственно с помощью информационных программ увеличивается качество работы налоговых органов. Также такие программы оказывают значительную помощь при осуществлении налогового контроля, подтверждая достоверность сведений о проведенных налоговых проверках.

3. Процесс моделирования как циклическая структура

Методология моделирования предоставляет огромные возможности развития и совершенствования объекта исследования. Понятие "модель" представляет собой общенаучный термин, который может обозначать и абстрактный объект исследования, и физический. Под моделированием подразумевается процесс построения, изучения, а также использования моделей. В процессе моделирования используют построение абстракций, выдвижение научных гипотез, подведение итогов, которые включаются в вывод и другие процессы. С другой стороны, модель представляет собой инструмент, опирающийся на концепции, который имеет ориентир на управление объектом исследования. При этом прогностическая функция подчиняется целям управления.

Моделирование – это единственный способ, который позволяет систематизировано просмотреть варианты объекта исследования в будущем. Такой способ позволяет еще спрогнозировать последствия альтернативных решений, для того чтобы их сравнить.

Существует совокупность требований, которым должны отвечать модели принятия решений, применяющихся в процессе управления:

– в модели должны быть учтены все главные стороны и взаимосвязи объекта, который изучается;

- задача исследования должна находить отражение в модели;
- созданная модель обязана предоставлять возможность в определении всех необходимых показателей объекта исследования и давать реакцию на изменения, которые могут произойти;

- созданную модель необходимо создавать так, чтобы она была простой, понятной, удобной в использовании и не содержать второстепенных связей.

Класс идеальных моделей составляет математические модели. В такой модели исследуемый объект показан с помощью абстракций, которые отражают законы природы, совокупность математических закономерностей, свойства и многое другое.

Сложные модели формируются многоуровнево с несколькими уровнями вложенности. Также в каждом уровне могут оставаться несколько разных моделей, но и для них, так сказать, принцип "матрешки" будет приемлем.

Процесс собирания, соединения всей модели воедино является процессом постепенного повышения уровня формализации модели.

С помощью соответствия полученной модели требованиям, предъявляемым к результатам исследования устанавливается качество описания объекта, который был исследован с помощью модели. Главный принцип моделирования состоит в том, что модель должна точно отражать исследуемый объект и быть удобной в использовании. Одной из центральных задач моделирования является задача предоставления системы в виде модели в более простом виде, который позволяет легче, быстрее и понятнее численно реализовать ее с помощью вычислительных средств. Если проблема, которая подвержена изучению, оказывается весьма сложно, то она может быть разбита на составные части, которые образуют уровни, доступные для принятия решений.

Модели применять необходимо, так как непосредственное исследование объекта может не представляться возможным или требовать больших затрат и усилий.

Выделяют следующие этапы моделирования:

Первый этап. Подразумевает наличие исчерпывающих знаний об объекте исследования. Полученные знания должны отражать все необходимые характеристики объекта исследования. В создании и применении модели нет смысла, если она очень сильно отличается от оригинала. Таким образом, чтобы исследовать одни характеристики изучаемого объекта, нужно отказаться от изучения других. Исходя из этого, модель заменяет оригинал только в некотором смысле, однобоко, ограничено. Один объект может описываться несколькими моделями по-разному его детализирующие, а другой только одной. Каждый случай рассматривается индивидуально.

Второй этап. На данном этапе модель определяется уже в качестве самостоятельного объекта исследования. Процессом, происходящим на данном этапе, может являться модельный эксперимент. При таком эксперименте исследователем осознанно меняются условия поведения модели и ее работы. Итогом проведения данного этапа является приобретение дополнительных знаний об объекте, который изучается.

Третий этап. На данном этапе переносят полученные с помощью модели знания с самой модели на моделируемый объект. Полученные знания необходимо корректировать с учетом тех характеристик изучаемого объекта, которые были не учтены или претерпели изменения при создании модели.

Четвертый этап. Данный этап предполагает проверку знаний, которые были получены с помощью модели, и их применение для выведения обобщающей теории.

Моделирование является процессом циклическим, благодаря цикличности можно вносить поправки и изменения на первом цикле, на втором снова и так на каждом цикле исправлять недостатки.

Моделирование также может представлять собой повторяющийся замкнутый процесс, который может переносить цель, потребность, замысел в определенный результат.

При применении методов моделирования для анализа какого-либо объекта, нужно осознавать тот факт, что количественные методы сами по себе не решают все проблемы, который по итогу могут возникнуть у аналитика или решающего лица. Также важно правильно и всесторонне оценивать ситуацию. При изучении сложных вопросов возникает большое количество факторов, часть которых может быть не учтена при создании модели. Нельзя исключать и тот факт, что результаты могут быть подвержены отказу заинтересованной стороной, для которой проводился опыт, эксперимент по объекту. Модель, сформированная квалифицированными специалистами, которая учитывает наиболее важные и главные стороны, влияющие на результат, может достаточно полно затронуть важные связи, которые существуют у факторов. Но нельзя забывать о том, что модель служит в качестве помощника для выдвижения выводов и итогов, а не должна полностью подменять их. Как принимать окончательное решение будет зависеть непосредственно от самого человека.

Заключение

Цифровизацию можно считать на современном уровне информационной революцией. Ее особенностью выступает все большее использование знаний в цифровом виде. Цифровизация проходит во многих сферах жизни и экономики и затрагивает наиболее важные стороны. За счет внедрения цифровизации во все отрасли и сферы жизни будет развиваться экономика и жизнь общества в целом, так как работа станет эффективнее, быстрее, удобнее в использовании и с помощью цифровизации результаты будут достигаться быстрее. Цифровая экономика является актуальной темой для российской экономики на сегодняшний день. На данный момент системный анализ предоставляет множество способов описания объектов с помощью моделей и способов вычисления тех или иных характеристик исследуемого объекта. Это способствует тому, что есть возможность решать задачи анализа в условиях неопределенности, неизвестности, планировать многие экономические процессы. Главной задачей системного анализа остается создание таких моделей, которые отражали бы сущность изучаемого объекта, чтобы она была адекватной. А после этого с помощью различных методов системного анализа могут проводиться эксперименты, которые позволят выявить реакции поведения объекта при тех или иных условиях. В дальнейшем результаты экспериментов и опытов переносятся на сам объект. Поэтому можно говорить о том, что одной из основных процедур системного анализа является моделирование.

Суть моделирования заключается в том, что происходит замена оригинала его несложной схемой, которая не учитывает ненужную информацию об объекте при рассмотрении конкретной проблемы. Благодаря построению несложной модели открываются возможности для лучшего понимания, принятия решений и изучения объекта.

Для совершенствования принятия решений по управленческим решениям необходимо применять научные методы, одним из которых и является моделирование.

В статье были проанализированы причины, цели, задачи цифровизации, причины и цели появления цифровой экономики, методы и подходы, которые способствуют развитию цифровизации сегодня. Также была рассмотрена структура процесса моделирования.

Список литературы

- [1] Налоговый кодекс Российской Федерации. Часть первая. Утв. Федеральным законом от 31.07.1998 г. №146-ФЗ (с посл. изм. и доп.) // Российская газета. № 148-149. 06.08.1998.
- [2] Автоматизированные информационные технологии в экономике: Учебник / под ред. проф. Г.А. Титоренко. М.: Компьютер, ЮНИТИ, 1999. 400 с.

- [3] *Бетина Т.А.* Об использовании и эффективности автоматизированного камерального налогового контроля // *Налоговый вестник.* 2005. № 7. С. 78.
- [4] *Бушмин Е.В.* Совершенствование методов налогового контроля с использованием информационных технологий // *Налоговый вестник.* 1998. № 4. С. 3.
- [5] *Настюшкина Е.В.* Уровень информатизации территориальных налоговых органов и практика применения информационных технологий их деятельности // *Кибер-Ленинка.*
- [6] *Андреева Г.Н., Бадальянц С.В., Богатырева Т.Г., Бородай В.А., Дудкина О.В., Зубарев А.Е., Казмина Л.Н., Минасян Л.А., Миронов Л.В., Стрижев С.А., Шер Л.М.* Развитие цифровой экономики в России как ключевой фактор экономического роста и повышения качества жизни населения. Монография. Режим доступа: <https://e.mail.ru/attachment/1552154274000000077/0;1?x-email=elena.solopova.98%40mail.ru>, [Дата обращения: 25.03.2022].
- [7] *Плотников В.А.* Цифровизация производства: теоретическая сущность и перспективы развития в российской экономике. Режим доступа: <https://e.mail.ru/attachment/1552154274000000077/0;4?x-email=elena.solopova.98%40mail.ru> [Дата обращения: 27.03.2022].
- [8] *Суходолов А.П., Маренко В.А.* Системный анализ, моделирование. Математическое моделирование. Режим доступа: <https://e.mail.ru/attachment/1552154274000000077/0;5?x-email=elena.solopova.98%40mail.ru> Дата обращения: [29.03.2022].

References

- [1] Tax Code of the Russian Federation. Part one. Approved Federal Law No. 146-FZ of July 31, 1998 (as amended and supplemented) // *Rossiyskaya Gazeta.* No. 148-149. 08/06/1998.
- [2] Automated information technologies in the economy: Textbook / Ed. Prof. G.A. Titorenko. M.: Computer, UNITI, 1999. 400 s.
- [3] *Betina T.A.* On the use and effectiveness of automated cameral tax control. *Tax Bulletin.* 2005, no. 7, p. 78.
- [4] *Bushmin E.V.* Improving the methods of tax control using information technology. *Tax Bulletin.* 1998, no. 4, p. 3.
- [5] *Nastyushkina E.V.* The level of informatization of territorial tax authorities and the practice of using information technologies for their activities. // *CyberLeninka.*
- [6] *Andreeva G.N., Badal'yants S. V., Bogatyreva T.G., Borodai V.A., Dudkina O.V., Zubarev A.E., Kazmina L.N., Minasyan L.A., Mironov L.V., Strizhev S.A., Sher L.M.* The development of the digital economy in Russia as a key factor in economic growth and improving the quality of life of the population. Monograph. Access mode: <https://e.mail.ru/attachment/1552154274000000077/0;1?x-email=elena.solopova.98%40mail.ru>, [Date of access: 03/25/2022].
- [7] *Plotnikov V.A.* Digitalization of production: theoretical essence and development prospects in the Russian economy. Access mode: <https://e.mail.ru/attachment/1552154274000000077/0;4?x-email=elena.solopova.98%40mail.ru> [Date of access: 03/27/2022].
- [8] *Sukhodolov A.P., Marenko V.A.* System analysis, modeling. Mathematical modeling. Access mode: <https://e.mail.ru/attachment/1552154274000000077/0;5?x-email=elena.solopova.98%40mail.ru> Date of access: [03/29/2022].

УДК 330.4, 338.2

DOI: 10.36871/2618-9976.2022.04.007

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**Губарева Е.А.¹**

¹ Кандидат физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО "Государственный университет управления", кафедра математики и информатики, г. Москва, Российская Федерация, e-mail: gubel@inbox.ru

Паршикова Г.Ю.²

² Старший преподаватель, ФГБОУ ВО "Государственный университет управления", кафедра математики и информатики, г. Москва, Российская Федерация, e-mail: galina44@inbox.ru

Перфильев А.А.³

³ Кандидат физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО "Государственный университет управления", кафедра математики и информатики, г. Москва, Российская федерация, e-mail: alex0304@mail.ru

ИНФОРМАЦИЯ**Ключевые слова:**

критерий оптимальности
оптимальное решение
экстремум
условный экстремум
глобальный экстремум
управляемые параметры
ограничения
целевая функция

АННОТАЦИЯ

Анализируются возможности использования математического инструментария для нахождения оптимального решения формализованной задачи экономики (управления) в зависимости от выбранного критерия оптимизации и с учетом ограничений на управляемые параметры. Отмечается, что задачи, абсолютно разные по поставленным целям, с точки зрения математики предполагают достаточно стандартную схему решения, первый этап которой состоит в формализации задачи и обсуждении существования и единственности решения. Речь идет не только о задаче нахождения наилучшего решения, но и возможности прогноза с целью изменения управляющих параметров. Показано, как задача оптимизации сводится к нахождению экстремума целевой функции или даже целевого функционала. Если при формализации отсутствуют ограничения, то это будет задача нахождения безусловного экстремума; если ограничения заданы системой равенств, то это будет задача нахождения условного экстремума, если ограничения заданы системой неравенств, то это будет задача нахождения глобального экстремума. Описанный математический инструментарий более подробно рассматривается для двух важных задач экономики – оптимальное управление ресурсами и оптимальное распределение инвестиций.

THE MATHEMATICAL COMPONENT OF OPTIMAL MANAGEMENT**Gubareva E.A.¹**

¹ Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, State University of Management, Department of Mathematics and Informatics, Moscow, Russian Federation, e-mail: gubel@inbox.ru

Parshikova G.Y.²

² Senior Lecturer, State University of Management, Department of Mathematics and Informatics, Moscow, Russian Federation, e-mail: galina44@inbox.ru

Perfilyev A.A.³

³ *Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, State University of Management, Department of Mathematics and Informatics, Moscow, Russian Federation, e-mail: alex0304@mail.ru*

ARTICLE INFO

Keywords:

Optimality criterion
Optimal solution
Extremum
Conditional extremum
Global extremum
Controlled parameters
Constraints
Objective function

ABSTRACT

The possibilities of using mathematical tools to find the optimal solution to a formalized economic (control) problem are analyzed depending on the chosen optimization criterion and taking into account restrictions on the controlled parameters. It is noted that tasks that are completely different in terms of their goals, from the point of view of mathematics, assume a fairly standard solution scheme, the first stage of which consists in formalizing the problem and discussing the existence and uniqueness of the solution. We are talking not only about the problem of finding the best solution, but also about the possibility of forecasting in order to change the control parameters. It is shown how the optimization problem is reduced to finding the extremum of the objective function or even the objective functional. If there are no restrictions during formalization, then this will be the problem of finding an unconditional extremum; if the restrictions are given by a system of equalities, then this will be the problem of finding a conditional extremum; if the restrictions are given by a system of inequalities, then this will be the problem of finding a global extremum. The described mathematical toolkit is considered in more detail for two important problems of the economy – optimal resource management and optimal distribution of investments.

Бесполезно оспаривать тот факт, что любая деятельность, предполагающая активное участие человека, представляет собой цепочку принятий решений, обеспечивающих оптимальное управление процессом. Понятно, что речь идёт о необходимости найти наилучшее решение из всех возможных вариантов действия. Безусловно, накопленный опыт, традиционные навыки или, в конечном счёте, интуиция помогут решить простую задачу управления. Необходимость использования для принятия решений научных методов возникает в тех случаях, когда сложность ситуации вызывает сомнения в выборе правильного решения. Вопросы поиска оптимального решения в свою очередь ставят задачу привлечения (или хотя бы представление о возможности привлечения) к решению математического инструментария. Дело в том, что задачи, казалось бы, абсолютно разные по поставленным целям, с точки зрения математики предполагают достаточно стандартную схему, первый этап которой состоит в формализации задачи и обсуждения существования и единственности решения. Речь идёт не только о задаче нахождения наилучшего решения, но и возможности прогноза с целью изменения управляющих параметров.

Задача наилучшего управления, решение которой основывалось на смекалке и опыте, относится к IX веку до н.э. Речь идёт об основании царицей Дидоной города Карфаген. Согласно легенде, ей удалось захватить достаточно обширный кусок земли, который можно было "окружить бычьей шкурой", разрезав последнюю на тонкие полоски и связав их в длинный ремень. Здесь стоит отметить, что кусок земли мог бы быть больше, если бы царице был известен тот факт, что из всех плоских фигур с фиксированным периметром максимальную площадь имеет круг (доказательство этого факта относят к VI веку до н.э.).

Если посмотреть на рассказ Л.Н. Толстого "Как Пахом покупал землю" глазами математика, как это сделал Я.И. Перельман в "Занимательной геометрии" [Перельман, 1950], то можно увидеть, что Лев Николаевич, используя художественный язык [Толстой, 1978–1985], описал функционал, позволяющий максимизировать площадь земельного надела. Критерий оптимальности учитывает форму, периметр и площадь надела, а также фиксированное время окончания его использования. Таким наделом оказалась прямоугольная трапеция.

Приведём пример хорошо известной и всеми регулярно решаемой задачи о рационе: как составить наиболее дешёвый рацион при имеющемся наборе продуктов, зная содержание питательных веществ в каждом из них и стоимость единицы каждого продукта. Формализация этой задачи выглядит достаточно просто:

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \geq b_j, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

Здесь n – количество продуктов, b_j – количество единиц j -го вещества, необходимого для полноценного питания ($j = 1, \dots, m$), a_{ij} – содержание j -го вещества в i -ом продукте, а c_i – цена i -го продукта.

На самом деле задач такого типа достаточно много возникает в конкретной экономике (например, транспортная задача). Это – класс задач, который принято называть задачами линейного программирования. Теория решения таких задач была построена в сравнительно недавнее время – в середине XX века.

Возможность формализации задачи нахождения наилучшего решения (оптимального управления) и дальнейшее её решение с привлечением математического инструментария определяется, прежде всего, наличием объекта и цели оптимизации, а также правильного учёта всех ограничений. При этом, безусловно, оптимизируемая величина должна иметь количественную оценку, так как выбор наилучшего решения подразумевает операцию сравнения. Задача оптимального управления предполагает наличие ресурсов оптимизации, так как речь идёт о правильном выборе некоторых параметров (управляющих) модели. То есть в конечном итоге можно утверждать, что задача оптимального управления состоит в получении количественных оценок оптимизируемого качества объекта и сравнении этих оценок в зависимости от выбора управляющих параметров.

В общем случае выбор наилучшего варианта решения задачи можно рассматривать, как отыскание максимума целевой функции, составленной на основании выбранного критерия оптимальности и представляющей собой зависимость критерия оптимальности от различных параметров, а именно:

$$W = f(a_1, a_2, \dots, a_n; b_1, b_2, \dots, b_n; x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где a_i – заданные параметры (контролируемые входные), b_i – параметры, которыми можно управлять; x_i – неизвестные параметры (параметры выхода). Этот подход был обоснован академиком Колмогоровым А.Н. в 1945 году. Вид критерия оптимальности, а значит, и целевой функции определяется конкретной задачей оптимизации. Таким образом, задача оптимизации сводится к нахождению экстремума целевой функции.

В самом общем виде оптимизационную задачу можно формализовать следующим образом: минимизировать (максимизировать) целевой функционал, который составляется согласно выбранному критерию оптимальности, с учетом заданных ограничений на управляемые переменные:

$$F(x_1; x_2; \dots; x_n) \rightarrow \inf (\sup)$$

$$(x_1; x_2; \dots; x_n) \subset U$$

В экономике и управлении часто рассматривается многоцелевая оптимизация (принятие решений по нескольким критериям), когда оптимизируется одновременно более одной целевой функции. Причем приниматься оптимальные решения должны на фоне компромиссов между несколькими конфликтующими целями. Рассматриваются многокритериальные задачи, в которых в качестве решений выступают эффективные (оптимальные по Парето), слабо эффективные и собственно эффективные точки пространства выходных параметров [Моисеев, 1978]. Такую задачу по аналогии с однокритериальной можно записать в виде:

$$f_1(x_1; x_2; \dots; x_n) \rightarrow \inf (\sup), \quad f_2(x_1; x_2; \dots; x_n) \rightarrow \inf (\sup), \dots, f_l(x_1; x_2; \dots; x_n) \rightarrow \inf (\sup)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n a_{ij}x_i \geq b_j, j = 1, 2, \dots, m, \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n. \end{cases}$$

Здесь $f_1(x), f_2(x), \dots, f_l(x)$, где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, – желательные критерии оптимальности.

Цель исследования может быть представлена в виде гладкой функции (элементарная гладкая задача) или в виде функционала (задача Лагранжа, задача Больца). Можно встретить гладкие задачи, при формализации которых ограничения отсутствуют вовсе (задача нахождения безусловного экстремума), где ограничения заданы системой только неравенств (глобальный экстремум) или только равенств (условный экстремум). Можно встретить задачи, где ограничения предполагают и равенства, и неравенства:

$$f(x_1; x_2; \dots; x_n) \rightarrow \inf (\sup)$$

$$\begin{cases} \varphi_i(x_1; x_2; \dots; x_n) = 0 \\ \phi_i(x_1; x_2; \dots; x_n) \leq 0 \end{cases}$$

В общем случае гладкую задачу решают методом множителей Лагранжа. Если рассматривать случай, когда формализация задачи имеет вид:

$$f(x_1; x_2; \dots; x_n) \rightarrow \min (\max),$$

$$\varphi(x_1; x_2; \dots; x_n) = 0,$$

то мы будем иметь классическую задачу нахождения условного экстремума функции многих переменных. Для её решения на основе целевой функции и функции связи, составляется функция Лагранжа и записывается необходимое условие её экстремума.

Решая полученную систему уравнений, находим стационарные точки функции Лагранжа. Далее необходимо доказать, что найденные точки являются точками условного экстремума целевой функции.

Путем наглядных графических рассуждений (на примере функции двух переменных) можно показать, что точка условного экстремума целевой функции является точкой касания линии связи и линии уровня функции, максимальное (минимальное) значение которой требуется найти. Таким образом, в точке, где целевая функция принимает свое максимальное (минимальное) значение, градиенты целевой функций и функции связи коллинеарны. То есть точка условного экстремума исследуемой функции может быть получена как решение системы уравнений, одно из которых – уравнение линии связи, а остальные – задают условие коллинеарности градиентов.

В случае, когда обе эти функции являются функциями двух переменных, система содержит два уравнения: в точке условного экстремума, лежащей на линии связи, равны отношения соответствующих частных производных целевой функции и функции связи. При этом важно отметить, что для задач экономики и управления коллинеарность градиентов целевой функции и функции связи, как правило, отражает известные экономические законы. Например, если речь идет об оптимальном выборе потребителя, то это равенство означает, что в точке максимальной полезности отношение предельных полезностей равно отношению цен [Губарева, Паршикова Г.Ю., 2010].

Выбор критерия и состав ограничений влияет на выбор используемого метода решения. Методы могут применяться скалярные и векторные, аналитические и вычислительные, теоретико-вероятностные, теоретико-игровые или поисковые. Стоит отметить, что для решения одной и той же задачи оптимизации бывает возможным использование различных методов, в то время как для решения разных задач может применяться один и тот же метод.

Решения этих задач базируются на результатах, полученных в работах известных математиков: Бернулли Якова I (1654–1705), Бернулли Иогана I (1657–1748), Эйлера Леонарда (1707–1783), Лагранжа Жозефа Луи (1736–1813), Вейерштрасса Карла Теодор Вильгельма (1815–1897), Больца Оскара (1857–1942), Колмогорова А.Н. (1903–1987) и Понтрягина Л.С. (1908–1988). К семидесятым годам двадцатого века теория оптимизации сформировалась как отдельный раздел математики.

Для многих задач управления, в силу того, что они связаны с определённым числом ограничений, конечномерны и исследуемая целевая функция непрерывна, существование и единственность решения обеспечивается теоремой Вейерштрасса [Алексеев, Тихомиров В.М., Фомин С.В., 1979].

Оптимальное управление ресурсами

Предприятие располагает некоторым фиксированным бюджетом, чтобы приобрести ресурсы (оборудование) нескольких видов. Предполагается на базе этих ресурсов (оборудования) организовать производство. Распределяя имеющиеся средства между различными видами ресурсов (оборудования), к концу некоторого промежутка времени (дня, месяца, года) в результате эксплуатации этих ресурсов предприятие получает определённый экономический эффект (например, прибыль). Простая задача, которая стоит перед управлением, – таким образом распределить имеющиеся средства, чтобы экономический эффект был максимально возможным.

Для примера, можно сформулировать следующую задачу. Пусть предприятие выпускает два вида продукции в количествах x и y соответственно. Для производства необходимы два вида ресурсов (оборудования) K и L . Есть соотношения (производственные функции), позволяющие определить объёмы выпуска продукции в зависи-

мости от объёмов использования ресурсов (оборудования): $x = f_1(K, L)$ и $y = f_2(K, L)$. Если обозначить через $\pi(x, y)$ прибыль, которую получит предприятие за фиксированный срок, то задача может быть формализована следующим образом:

$$\begin{aligned} \pi(x, y) \rightarrow \max \\ \begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x = f_1(K, L), \\ y = f_2(K, L), \\ p_k K + p_l L \leq M. \end{cases} \end{aligned}$$

Если границу множества, заданного системой, удастся описать аналитически, то мы получим классическую задачу нахождение наибольшего значения функции на ограниченном множестве:

$$\begin{aligned} \pi(x, y) \rightarrow \max \\ \begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ F(x, y) \leq 0, \end{cases} \end{aligned}$$

для решения которой можно использовать хорошо изученные методы исследования на экстремум функции нескольких переменных (например, метод множителей Лагранжа). Для получения уравнения границы $F(x, y) = 0$ бывает возможным также использовать методы нахождения оптимальных решений. При этом центральное место в такой задаче занимает так называемая модель "ящик Эджворта" [Лебедев, Лебедев К.В., 2002]. Используя эту модель для каждой фиксированной пары значений K_i и L_i , таких, что выполняется условие $p_k K_i + p_l L_i \leq M$, можно построить множество производственных возможностей, то есть задать кривую, его ограничивающую $F_i(x, y) = 0$. Кривая $F(x, y) = 0$ является огибающей кривых $F_i(x, y) = 0$.

Можно рассмотреть более сложную задачу, формализация которой приведёт нас к дискретной задаче Лагранжа с подвижным правым концом: максимизировать сумму экономических эффектов по всем циклам, каждый из которых состоит из закупки ресурсов, получении экономического эффекта от их эксплуатации и реализации амортизированного оборудования. Вырученные средства частично или полностью используют для закупки ресурсов (оборудования) для следующего производственного цикла. Управляющими параметрами модели являются объёмы средств, распределяемые между разными типами ресурсов (оборудования), а количество единиц ресурса (оборудования) по всем видам в каждом цикле процесса являются переменными состояниями.

Оптимальное распределение инвестиций

Состояние любого сектора экономики (предприятия, отрасли и т.п.) определяется объёмом производственных фондов, который растёт за счет инвестиций и уменьшается за счет амортизации. Самый простой вариант отразить этот факт – это описать динамику производственных фондов дифференциальным уравнением:

$$\frac{dK}{dt} = I - \mu K,$$

где I – постоянный объём инвестиций, а μ – коэффициент выбытия фондов. Описанный выше процесс, формализованный в виде автономного дифференциального уравнения, уже позволяет сделать вывод, что объём инвестиций, для которых выполняется условие $I - \mu K > 0$, позволяет получить монотонный рост объёма производственных фондов, ограниченный, тем не менее, горизонтальной асимптотой $K(t) = \frac{I}{\mu}$ [Федорюк, 1980].

На этом простом примере видно, что инвестиции в данном случае играют роль управления. Однако, для успешного управления этой информацией часто бывает недостаточно.

Критерий эффективности этого динамического процесса состоит не просто в обеспечении роста объёма производственных фондов, а в достижении нужного объёма к концу заданного периода с одновременной экономией инвестиций. Такой подход, возможно, потребует распределения капитальных вложений во времени. Формализация задачи будет выглядеть следующим образом:

$$\int_0^T I(t) dt \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \dot{K} = I - \mu K, \\ K(0) = K_0, \\ K(T) = K_1. \end{cases}$$

Если необходимо найти оптимальное управление инвестициями одновременно для нескольких предприятий (отраслей), то задача становится более общей и соответственно более сложной. Её формализация приведёт к классической задаче оптимального управления (задаче Больца с подвижным правым концом и фиксированным временем окончания) [Алексеев, Тихомиров В.М., Фомин С.В., 1979].

В заключение остановимся на том факте, что проблема эффективного нахождения оптимального решения при различного рода ограничениях на переменные отражает ту важную роль, которую играют задачи оптимального управления при решении различных проблем управления. Эффективное решение многих из этих задач требует использования численных методов, библиотека которых достаточно обширна [Пшеничный, Данилин Ю.М., 1975]. Применение того или иного алгоритма решения всегда зависит от конкретной задачи. Можно столкнуться с ситуацией, когда метод, эффективным для ряда задач, оказывается "плохим" для более широкого класса задач.

Таким образом, математический инструментарий для решения задач управления и принятия решений является эффективным, а порой единственно возможным методом, позволяющим получить ответ на поставленные вопросы.

Список литературы

- [1] Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. (1979). Оптимальное управление. М.: "Наука". 429 с.
- [2] Губарева Е.А., Паршикова Г.Ю. (2010). О задачах оптимизации в экономике. Материалы международной междисциплинарной научной конференции шестые Курдюмовские чтения: "Синергетика в естественных науках", с элементами научной школы для молодежи, 22–25 апреля 2010 г. Тверь: Тгу.

- [3] *Лебедев В.В., Лебедев К.В. (2002). Математическое и компьютерное моделирование экономики. М.: НТВ-Дизайн. 256 с.*
- [4] *Моисеев Н.Н. (1981). Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 488 с.*
- [5] *Перельман Я.И. (1950). Занимательная геометрия. М.: Л.: Гостехиздат, гл. 12.*
- [6] *Пшеничный Б.Н., Данилин Ю.М. (1975). Численные методы в экстремальных задачах. М.: "Наука", 320 с.*
- [7] *Федорук М.В. (1980). Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: "Наука", 352 с.*
- [8] *Толстой Л.Н. (1978–1985). Как Пахом покупал землю // Собрание сочинений в 22 т., М.: Художественная литература. т. 10. С. 61–63.*

References

1. *Alekseev V.M., Tikhomirov V.M., Fomin S.V. (1979). Optimal control [Optimal'noe upravlenie]. М.: "Science", 429 p.*
2. *Gubareva E.A., Parshikova G.Yu. (2010). On optimization problems in economics [O zadachah optimizacii v ekonomike]. Proceedings of the international interdisciplinary scientific conference sixth Kurdyum readings: "Synergetics in the natural sciences", with elements of a scientific school for youth, April 22–25, 2010. Tver: TSU.*
3. *Lebedev V.V., Lebedev K.V. (2002). Mathematical and computer modeling of the economy [Matematicheskoe i komp'yuternoe modelirovanie ekonomiki]. Moscow: NTV-Design. 256 p.*
4. *Moiseev N.N. (1981). Mathematical problems of system analysis [Matematicheskie zadachi sistemnogo analiza]. М.: Science, 488 p.*
5. *Perelman Ya.I. (1950). Interesting geometry [Zanimatel'naya geometriya]. М., Л.: Gostekhizdat, ch. 12.*
6. *Pshenichny B.N., Danilin Yu.M. (1975). Numerical methods in extremal problems [Chislennyye metody v ekstremal'nyh zadachah]. М.: "Science", 320 p.*
7. *Fedoruk M.V. (1980). Ordinary differential equations [Obyknovennyye differencial'nye uravneniya]. М.: "Science", 352 p.*
8. *Tolstoy L.N. (1978-1985). How he bought land with his groin [Kak Pahom pokupal zemlyu] // Collected works in 22 volumes. М.: Fiction, vol. 10. pp. 61–63.*



Издательский дом "НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА"

Издательство выпускает научные, исторические, философские труды, учебники, учебные пособия, мемуары, краеведческую и художественную литературу.

Конкурентные преимущества:

- ✓ высокое качество редакционно-издательских услуг
- ✓ короткие сроки выпуска книг и журналов (3 недели – 1 месяц)
- ✓ максимальный учет интересов и пожеланий заказчика
- ✓ конкурентные цены, возможность оплаты в рассрочку
- ✓ бесплатная доставка заказов по России

Журналы входят в национальную библиографическую базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ), индексируются в Научной электронной библиотеке eLIBRARY.RU (Россия), включены Высшей аттестационной комиссией (ВАК) России в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Аудитория издаваемых журналов: объединения предпринимателей, российские, зарубежные, коммерческие и государственные организации, преподаватели вузов, научная общественность.

**Подписка во всех отделениях связи России, Казахстана, Украины и Белоруссии.
Каталог "Пресса России" – индекс 39468**

Редакция

-  123022, г. Москва, Звенигородское шоссе, д. 5, стр. 1
-  info@s-lib.com, idnb11@yandex.ru
-  +7 (495) 592-2998, +7 (916) 925-5954
-  <https://s-lib.com/journal/smc/>



Publishing House SCIENTIFIC LIBRARY Ltd.

The publishing house specializes on publishing scientific, historical, philosophical works, textbooks, study guides, memoirs, local literature and fiction.

Competitive advantages:

- ✓ **high quality** of publishing services
- ✓ **short terms** of publishing books and magazines (3 weeks – 1 month)
- ✓ maximum **consideration of customer's interests** and **wishes**
- ✓ **affordable prices**, payment by installments
- ✓ **free delivery** across Russia

Journals are being indexed in the national bibliographic Russian Science Index database of the Scientific Electronic Library eLIBRARY.RU (Russia), included by the Higher Attestation Commission of the Russian Ministry of Education and Science in the list of peer-reviewed scientific publications in which the main scientific results of dissertations for both a candidate of sciences degree and a doctor of sciences degree should be published.

Audience of journals published: business associations, foreign and national, commercial and government organisations, university academic staff, scientific community.

**Subscription in all post offices of Russia, Kazakhstan, Ukraine and Belarus.
Russian Press Catalog – Index 39468**

Editorial Office



5/1, Zvenigorodskoye shosse, 123022, Moscow, Russia



info@s-lib.com, idnb11@yandex.ru



+7 (495) 592-2998, +7 (916) 925-5954



s-lib.com